

# ЭЛЕКТРОФИЗИКА И ЭЛЕКТРОДИНАМИКА МЕТАМАТЕРИАЛОВ

А.Н. Лагарьков, В.Н. Кисель, А.К. Сарычев, В.Н. Семененко

Институт теоретической и прикладной электродинамики ОИВТ РАН  
(в настоящее время – ИТПЭ РАН)

Обобщены основные результаты, полученные в Институте теоретической и прикладной электродинамики Объединенного института высоких температур при создании и исследовании материалов с новыми свойствами, не имеющих аналогов в природе – так называемых метаматериалов. Краткий обзор охватывает исследования, начавшиеся в 1987 г. и продолжающиеся по настоящее время. Новые свойства метаматериалов обусловлены резонансными явлениями, возникающими при распространении электромагнитной волны в гетерогенной среде, наполненной включениями специальной формы. Обсуждаются как фундаментальные аспекты проблемы, так и некоторые из возможных приложений.

В последние годы сформировалось мощное научное направление – исследование метаматериалов, которое объединяет усилия теоретиков, экспериментаторов и технологов, работающих в таких научных направлениях как электрофизика, электродинамика, радиофизика, оптика, нанотехнологии и материаловедение.

Метаматериалы – это композитные материалы, обладающие уникальными электрофизическими, радиофизическими и оптическими свойствами, отсутствующими в природных материалах. За последние годы число публикаций, посвященных этим материалам, экспоненциально растет в связи с открывшимися перспективами их использования. Новые свойства метаматериалов обусловлены резонансным взаимодействием электромагнитной волны, распространяющейся в гетерогенной среде, наполненной включениями, имеющими специальную форму, обеспечивающую резонансное возбуждение токов во включениях. Резонансное взаимодействие носит непотенциальный характер, что, наряду с интерференционными коллективными процессами, приводит к возникновению новых эффектов. В частности, метаматериалы могут обладать одновременно отрицательными магнитной проницаемостью и электрической восприимчивостью, вследствие чего возникают электромагнитные волны, у которых фазовая и групповая скорости имеют противоположные направления и в результате возникает отрицательное лучепреломление на границе двух сред.

До сих пор возникают жаростные дискуссии как на семинарах, так и на страницах научных журналов, на которых иногда с довольно субъективных позиций обсуждаются как история возникновения этого направления, так и принципиальные идеи, заложенные в его основу.

Более 100 лет прошло с момента появления работы Лэмба [1], в которой впервые было обращено внимание на возможность существования

обратных волн – необычного колебательного процесса, при котором фазовая и групповая скорости волн направлены противоположно друг другу. Эта статья оставалась незамеченной в течение 40 лет до появления замечательной работы Мандельштама [2]. В этой работе было предсказано и объяснено новое явление – отрицательное преломление лучей.

Это явление может существовать только в том случае, когда в преломляющей среде возбуждается обратная волна. В связи с тем, что перевода с русского языка этой работы не существовало в течение многих лет, на неё до сих пор нет ссылок в зарубежной литературе! Только недавно её основные результаты появились на английском языке в обзоре Аграновича и Гартштейна [3]. Приведём рис. 1, заимствованный из работы Мандельштама [2].

При падении плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред возникает отражённая волна под углом  $\varphi' = \varphi$  и прошедшая волна под углом  $\varphi_1$ . Мандельштам обратил внимание на то, что граничным условиям удовлетворяет также второе решение, при котором преломлённый луч будет направлен под углом  $\varphi_1$  к нормали так, как это изображено на рис. 1б. Кажется очевидным, пишет Мандельштам, что второе решение не может существовать, потому что свет падает из первой среды на вторую и таким образом энергия должна распространяться от границы вглубь второй среды. Но причём здесь направление энергии? – спрашивает Мандельштам. Направление волны определяется фазовой скоростью, а направление потока энергии – групповой. Таким образом, потребовав, чтобы поток энергии был направлен от границы внутрь второй среды, мы приходим к выводу о необходимости ориентации вектора фазовой скорости во второй среде по направлению к границе. Такая конструкция может показаться очень необычной, хотя не удивительной, замечает Мандельштам, потому что фазовая скорость ничего не говорит о направлении потока энергии. Таким образом, впервые было объяснено и предсказано отрицательное преломление света.

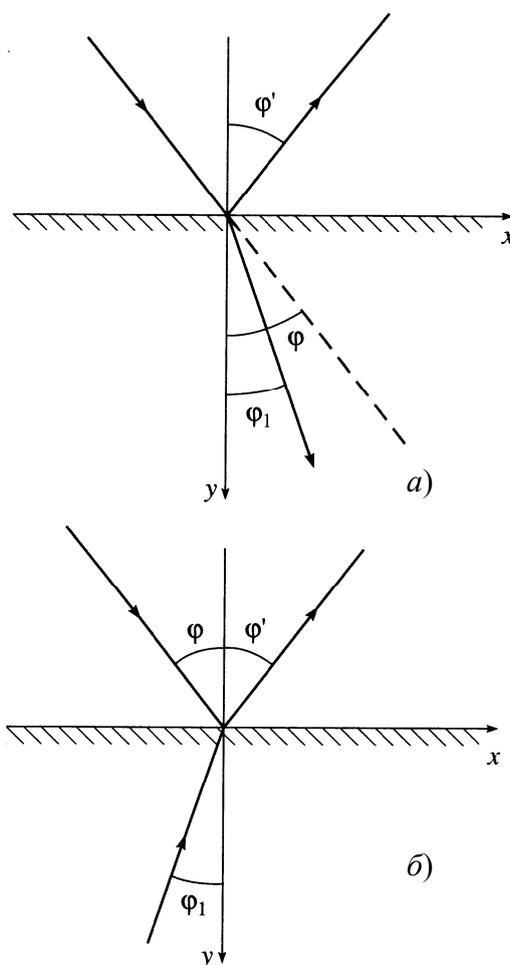


Рис. 1. Предложенная Л.И. Мандельштамом схема отражения и преломления падающей плоской волны на границе с обычной средой (а) и с метаматериалом (б)

Следующий значительный шаг в изучении этого явления был сделан Сивухиным [4]. Записав известные соотношения для плоской монохроматической волны,

$$[\vec{k}\vec{E}] = \frac{\omega}{c} \mu \vec{H}; \quad [\vec{k}\vec{H}] = -\frac{\omega}{c} \varepsilon \vec{E},$$

Сивухин обратил внимание на то, что для  $\varepsilon < 0$  и  $\mu < 0$  вектор Пойнтинга  $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}\vec{H}]$  направлен противоположно вектору  $\vec{k}$ . Соответствующие явления на границе раздела с гиротропной средой были рассмотрены также в известной монографии В.Н. Аграновича и В.М. Гинзбурга [5].

Дальнейшим важным событием в изучении отрицательного преломления явился обзор Веселаго [6], где были обобщены результаты, полученные ранее, и, кроме того, впервые введено понятие «леворуких» и «праворуких» сред. Праворукие (обычные) среды – это среды, где  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{k}$  образуют правую тройку, леворукие – такие, где они образуют левую тройку.

Там же было предложено замечательное устройство, позднее получившее наименование «линзы Веселаго». Это устройство представляет собой пластину толщиной  $d$ , которая должна быть изготовлена из «левого» вещества с  $\varepsilon = -1$  и  $\mu = -1$ , т.е. из вещества, имеющего коэффициент преломления  $n = \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\mu} = -1$ . Геометрия этого устройства изображена на рис. 2.

Так как преломление отрицательно, изображение источника фокусируется в двух точках, одной – внутри слоя левого вещества, другой – вне его на расстоянии  $d - l$  от правого края пластины. Таким образом, В.Г. Веселаго показал, что плоский слой вещества с  $\varepsilon = -1$ ,  $\mu = -1$  служит устройством типа линзы, переносящим изображение предмета из одной области пространства в другую. При этом у такой линзы отсутствует фокальная плоскость, но она создает объемное действительное изображение предмета. При этом в связи с тем, что любой луч между объектом и изображением проходит равные пути в обычной и левой средах, набег фазы по любым траекториям между объектом и изображением равен нулю.

Вплоть до 2000 года цитируемая выше работа не обсуждалась, поскольку автор не дал примеров реального существования левых сред. Отметим при этом, что, начиная с 1990 года, композиты с отрицательными значениями диэлектрической проницаемости, а с 1993 года – и магнитной

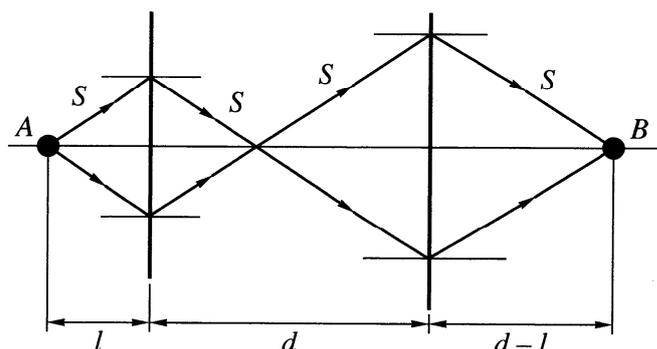


Рис. 2. Ход лучей ( $S$ ) в линзе Веселаго,  $A$  – источник,  $B$  – изображение источника,  $d$  – толщина пластины,  $L$  – расстояние от источника до пластины

проницаемости, изучались и изготавливались в Институте теоретической и прикладной электродинамики РАН (ИТПЭ РАН), который в то время входил в состав ОИВТ РАН. Эти композиты использовались для создания радиопоглощающих материалов и, в частности, для создания так называемых искусственных магнетиков, о чем речь пойдет ниже.

В 1990 году вышла монография [7], в которой наряду со многими другими результатами описывались свойства композита, наполненного отрезками тонких проволок, и было показано, что у таких материалов могут существовать глубокие отрицательные минимумы диэлектрической проницаемости в микроволновой области. Эти минимумы появляются за счет возбуждения резонансов тока, возникающих в диполях, которыми являются отрезки микропроводов. Вследствие инерции электронов при частотах несколько больших резонансной сдвиг по фазе по отношению к возбуждающему излучению может достигать половины периода, приводя к соответствующему фазовому сдвигу между величиной  $E$  падающей волны и величиной  $D$  композита и возникновению отрицательных значений  $\epsilon'$ . Рисунок 3, взятый из упомянутой работы 1990 года [7], демонстрирует такое поведение.

Использование смеси проволок разного размера позволяет создать вещество даже с двумя отрицательными резонансами, а при желании – и с большим их числом. Часть результатов, содержащихся в [7] позднее была опубликована в англоязычной литературе [8-11]. В частности, в [11] было показано, что включения, имеющие форму пары проводящих цилиндров, позволяют создать композит с высокочастотной магнитной проницаемостью, что послужило позднее основой для создания искусственного магнетизма в инфракрасной и оптической областях спектра.

В середине 90-х годов в России были созданы композиты, состоящие из диэлектрической матрицы, заполненной спиральными включениями. Эти композиты обладали отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей вблизи резонанса и также использовались в качестве эффективных поглотителей электромагнитной энергии. В [12] были

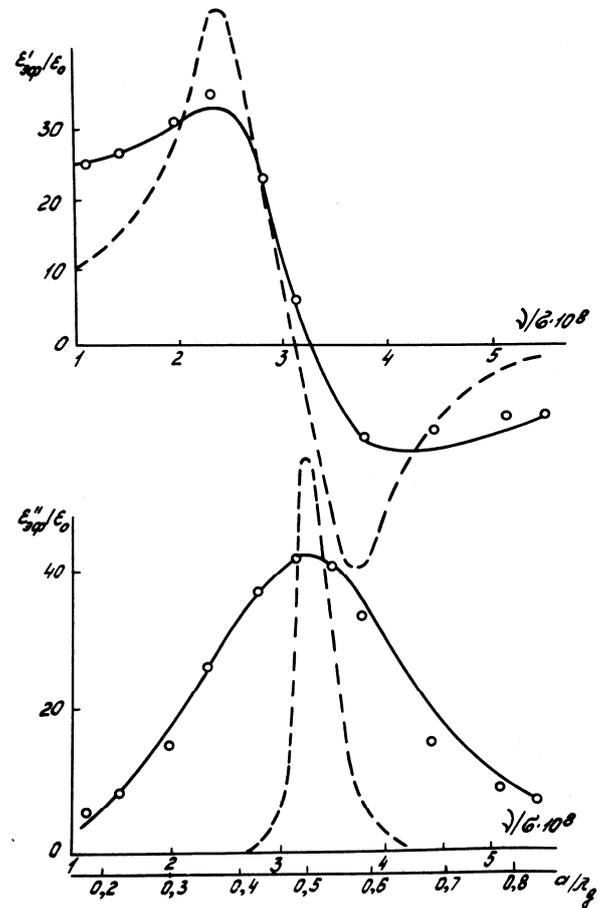


Рис. 3. Частотные зависимости диэлектрической проницаемости образца, содержащего проволочные включения

приведены экспериментальные зависимости поведения диэлектрической и магнитной проницаемости для композита, заполненного включениями в виде соосных спиралей, закрученных в разные стороны. Соосные спирали использовались для устранения эффекта киральности (киральность означает различие между «правым» и «левым», когда имеется несовместимость предмета с его зеркальным изображением). Экспериментальные результаты прекрасно описывались обобщенной дисперсионной формулой

$$\mu(\omega) = 1 + \sum_k A_k \frac{\beta_k}{\omega_k} \frac{\omega^2}{\omega_k^2 - \omega^2 - i\omega\beta_k},$$

где  $\omega_k$  - резонансные частоты,  $\beta_k$  и  $A_k$  обозначают полуширины и амплитуды соответствующих резонансных кривых,  $i$  - мнимая единица. В [12] были приведены также формулы, позволяющие рассчитать значения величин  $\beta_k$  и  $A_k$  искусственного высокочастотного магнетика, для получения которого используются неферромагнитные включения. Эти формулы пригодны и для описания композита, состоящего из вложенных друг в друга разорванных колец.

### Типичные виды частотной дисперсии метаматериалов

Отметим, что в 2000 г. в России благодаря теоретическим и экспериментальным исследованиям имелась достаточно полная информация о поведении композитов, заполненных резонансными включениями с самыми разнообразными формами (рис. 4) и, соответственно, обладающими различными частотными зависимостями материальных параметров.

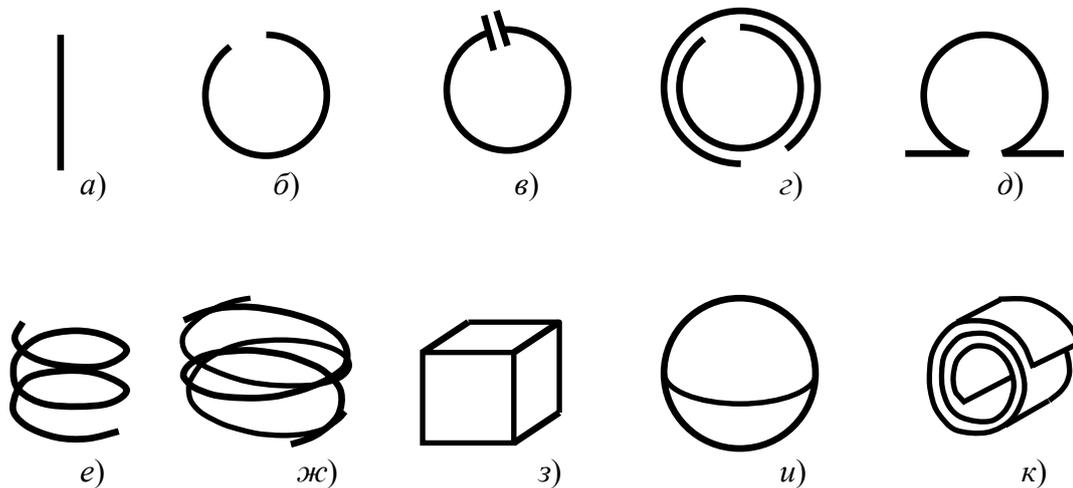


Рис. 4. Включения, применяемые при изготовлении метаматериалов: проволока (а), разрезанное кольцо (б), нагруженное кольцо (в), двойное разрезанное кольцо (г),  $\Omega$ -включение (д), спираль (е), бифилярная спираль (ж), сегнетоэлектрические куб (з) и шар (и), рулет (к)

Так, использование проволочных включений позволяет создавать необходимую частотную дисперсию диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и получать отрицательные значения  $\epsilon$  при частотах выше резонансных.

Разорванные кольца, нагруженные кольца, двойные разорванные кольца, спирали, бифилярные спирали использовались для создания эффективной магнитной проницаемости. То же самое можно сказать о включениях в виде рулетов (рис. 4) [13]. Отметим также, что использование спиралей в качестве наполнителей композитов наряду с возникновением эффективной магнитной проницаемости приводит к появлению отрицательного значения  $\varepsilon$  за счёт генерации дипольного момента при  $LC$  резонансе при соответствующих соотношениях между длиной электромагнитной волны и длиной спирали, где  $L$  и  $C$  – индуктивность и ёмкость спирали, соответственно.

Недавно мы довольно неожиданно обнаружили основные положения создания искусственных магнетиков и отрицательного значения магнитной проницаемости композита с помощью системы разорванных колец, нагруженных ёмкостью, в известной монографии Щелкунова и Фрииса [14], изданной в 1952 году. Этому вопросу в ней уделено значительное внимание, приведены соответствующие формулы, мало изменившиеся в работах настоящего времени, и даны рекомендации по практическому использованию таких композитов. К сожалению, наши попытки убедить иностранных ученых сослаться на эту работу встречают молчаливое сопротивление.

Сегнетоэлектрические включения (рис. 4з, и) также могут использоваться для получения искусственного магнетизма. Появление магнитного момента в частицах с высоким значением  $\varepsilon$  при частотах, соответствующих резонансам магнитной моды, вообще говоря, известно [15]. Однако это явление значительно реже обсуждается в литературе, посвящённой исследованию метаматериалов, по сравнению с возбуждением магнитного момента во включениях традиционных форм, таких как (б) – (д), рис 4. Колебания с частотами, совпадающими с собственными частотами сферического диэлектрического резонатора, могут возбуждаться в диэлектрической частице с высоким значением  $\varepsilon$ , имеющей соответствующий радиус [16-17]. При этом первая магнитная мода  $TE$  типа является основной для электромагнитных колебаний диэлектрического резонатора. Могут возбуждаться и следующие, более высокочастотные моды.

На рис. 5 приведены экспериментальные результаты, полученные для композитов, изготовленных из кубических включений  $Ba_{1-x}Sr_xTiO_3$ , имеющих  $\varepsilon' \approx 3000$  и  $\varepsilon''/\varepsilon' \leq 0,05$ . Грань куба составляла 1.5 мм, объёмная доля включений – 68%. Здесь и ниже экспериментальные результаты приводятся в виде кружков, линиями даны их аналитические аппроксимации, полученные

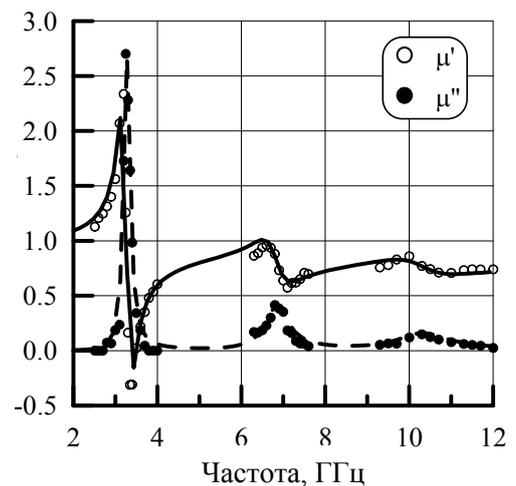


Рис. 5. Эффективная магнитная проницаемость композита с сегнетокерамическими включениями кубической формы

на основании разработанных электромагнитных моделей [12,17]. Рисунок демонстрирует ярко выраженное резонансное поведение всего композита.

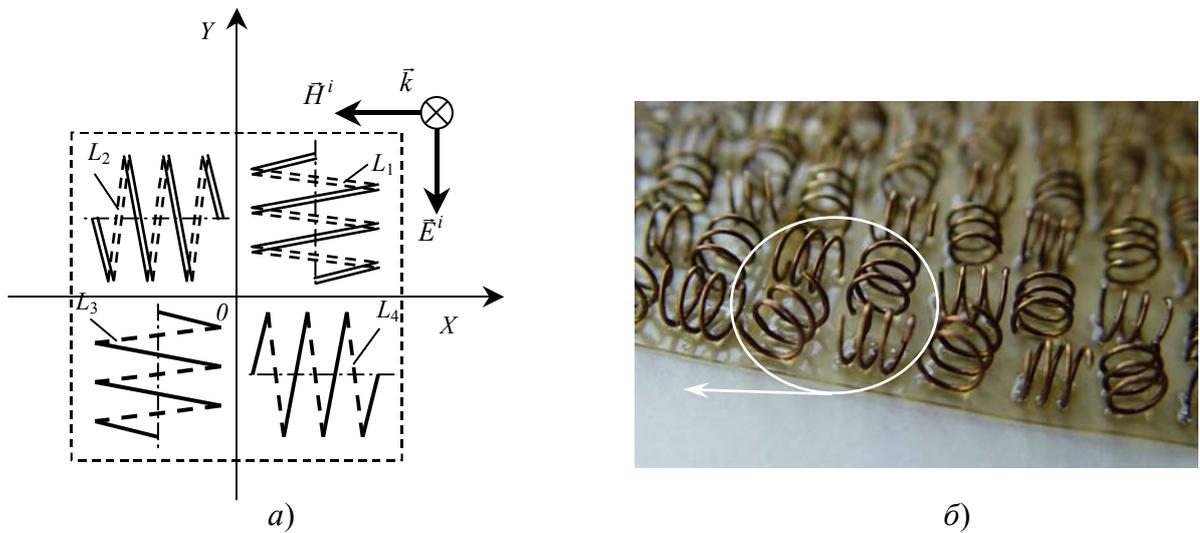


Рис. 6. Единичная ячейка (а) и экспериментальный образец (б) композита, изготовленного из спиралей

Заметим, что если использовать включения различных размеров, то в одних может генерироваться магнитная мода, в других, на той же частоте – электрическая, как это было предложено в [18]. Таким образом, может быть создан метаматериал с отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$ . Материал такого типа является изотропным, что достаточно сложно получить, используя включения другого типа.

Рассмотрим несколько подробнее одну из реализаций метаматериала, предназначенного для работы в микроволновой области спектра. Это композит, состоящий из ячеек, каждая из которых содержит 4 спирали, ориентированные так, как это изображено на рис. 6. Спирали  $L_1$  и  $L_2$  имеют направление намотки, противоположное спиральям  $L_3$  и  $L_4$ . Легко убедиться, что электромагнитное поле волны возбуждает в такой ячейке суммарный магнитный момент за счёт сложения моментов в спиральях  $L_2$  и  $L_4$ . Разное направление закрученности необходимо для устранения вращения плоскости поляризации за счёт

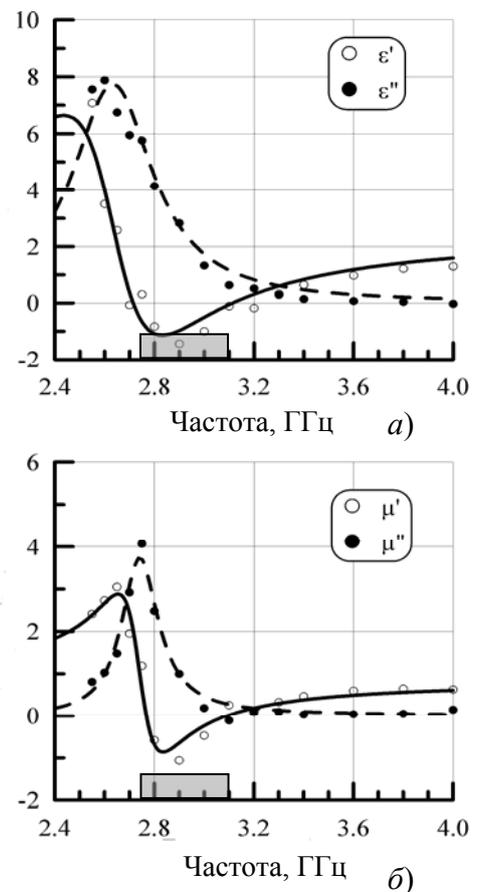


Рис. 7. Эффективные диэлектрическая (а) и магнитная (б) проницаемости композита, изготовленного из спиралей

эффектов киральности. В связи с тем, что размер ячейки много меньше длины волны, в среднем коэффициент киральности ячейки равен нулю. Электрическое поле возбуждает электрический дипольный момент, не возбуждая магнитного. В свою очередь, магнитное поле не возбуждает электрического (в среднем по ячейке). Для создания объёмного изотропного материала необходима ячейка как минимум из 8 спиралей. В этом случае оси 4-х дополнительных спиралей должны быть ортогональны плоскости рисунка. Поведение диэлектрической и магнитной проницаемостей образца носит ярко выраженный резонансный характер (рис. 7). На рисунке серым прямоугольником отмечена область частот, где  $\varepsilon$  и  $\mu$  одновременно отрицательны.

Другая реализация метаматериала была предложена в [19]. Комбинация разорванных колец была предназначена для возбуждения магнитного момента, а медные штыри – для возбуждения электрического дипольного момента. Эта система была впервые использована для демонстрации отрицательного преломления в метаматериалах в 2000 году [19].

### Радиопоглощающие материалы на основе метаматериалов

Метаматериалы с эффективными магнитными и диэлектрическими проницаемостями могут быть использованы для конструирования радиопоглощающих покрытий (РПП). Так, материал с магнитными потерями может быть использован для конструирования так называемого экрана Солсбери [20], а комбинация надлежащих значений  $\varepsilon$  и  $\mu$  может дать слой Доленбаха [20]. Одно из первых упоминаний в литературе об использовании метаматериалов в качестве радиопоглотителей имеется в [21].

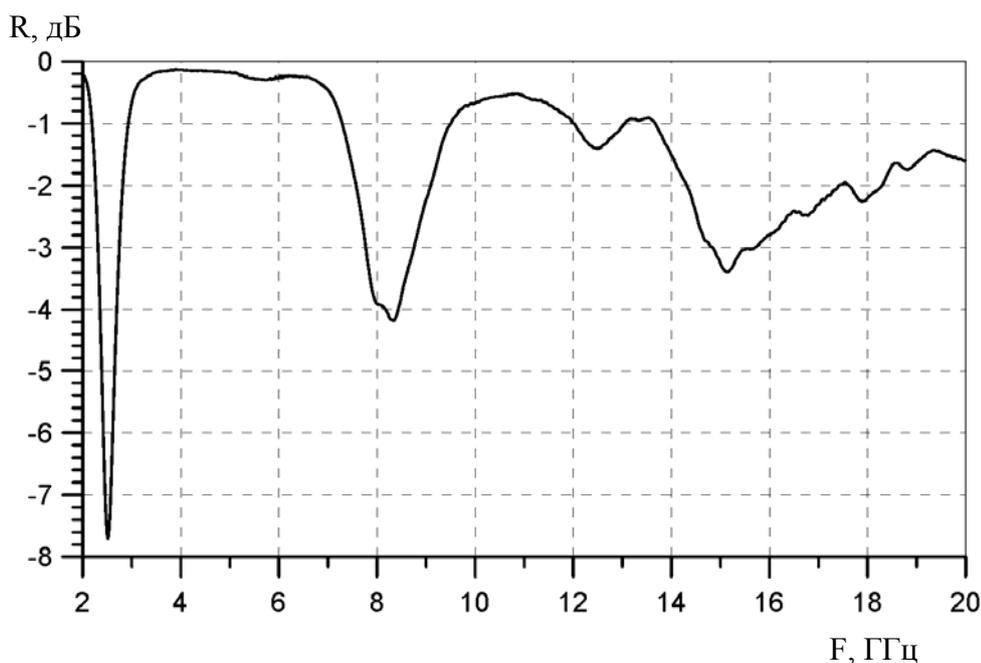


Рис. 8. Частотная зависимость коэффициента отражения покрытия на основе спиралей

Поместим на металлическую подложку материал, состоящий из одного слоя спиралей, изображённых на рис. 6, и измерим коэффициент отражения плоской электромагнитной волны, падающей по нормали к поверхности. Измеренный в эксперименте коэффициент отражения изображён на рисунке 8. Полученный материал относительно узкополосный, хотя он обладает свойствами, которыми традиционные поглощающие материалы не обладают. А именно, при низких частотах диэлектрическая и магнитная проницаемость слоя малы и слой становится прозрачным, что является важным для решения ряда задач электромагнитной совместимости.

Отметим, что конструирование РПП путём компьютерного моделирования с использованием частотных зависимостей  $\varepsilon$  и  $\mu$ , полученных в результате измерений этих величин в свободном пространстве, достаточно сложно. Дело в том, что при приближении к металлической поверхности эффективные параметры материала начинают меняться, так как меняется расстояние между включением и его изображением за металлической поверхностью. При малых расстояниях могут возникнуть новые резонансы в частотных зависимостях  $\varepsilon$  и  $\mu$ .

Размещая спирали различных размеров в композитном материале, можно получить самые разнообразные зависимости величин  $\varepsilon'$ ,  $\varepsilon''$ ,  $\mu'$  и  $\mu''$ . Они могут отличаться положением минимумов и максимумов этих величин внутри частотного диапазона и, в связи с этим, большим разнообразием частотных спектров РПП. В качестве примера рис. 9 демонстрирует материальные параметры слоя, изготовленного с наполнением бифилярными спиралями различных диаметров, а именно – 3 мм и 2 мм

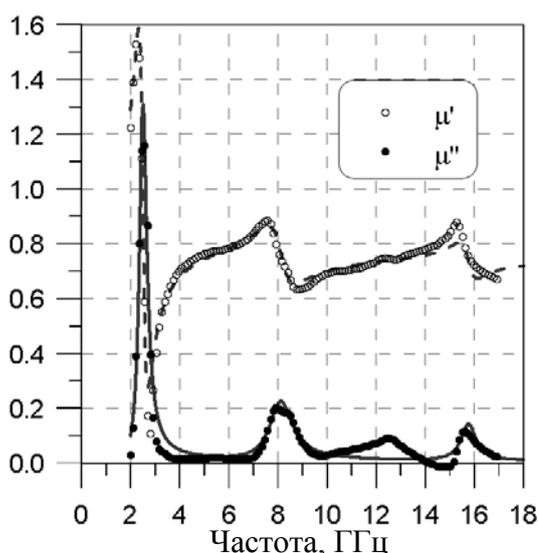


Рис. 9. Эффективная магнитная проницаемость слоя из бифилярных спиралей, размещенного на проводящей подложке

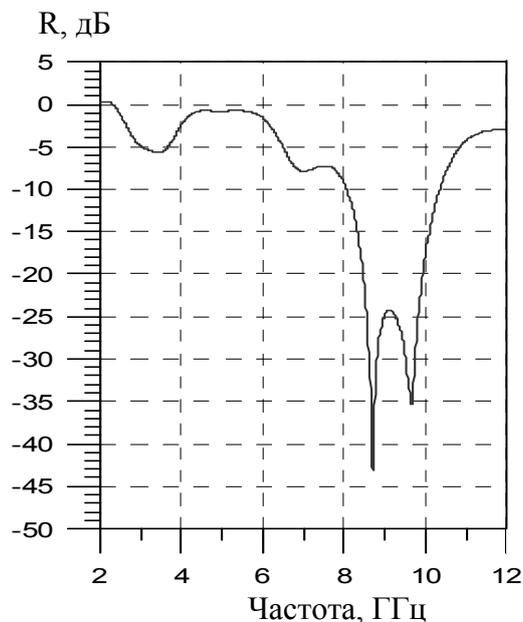


Рис. 10. Частотная зависимость коэффициента отражения образца композита, состоящего из комбинированных спиралей различных диаметров

. Включения были сделаны из манганиновой проволоки диаметром 50 мм. Бифилярный компонент меньшего диаметра помещался внутри большего так, чтобы их оси были ортогональны. Внешняя биспираль имела 2.5 оборота с шагом 0.8 мм. Включения были плотно упакованы, образуя однослойное покрытие. Рис. 10 показывает коэффициент отражения этого слоя, помещённого на металл. Каждый из экстремумов коэффициента отражения связан соответствующим экстремумом частотной зависимости материальных параметров. Отметим, что комбинируя слои, приготовленные из спиралей различных размеров, можно получить широкополосные покрытия.

В предыдущих примерах конструирования РПП мы не уделяли специального внимания частотной области с отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$ , той, где появляется отрицательная рефракция. Однако именно в этой области возникают замечательные свойства покрытия, созданного на основе метаматериала [22, 23].

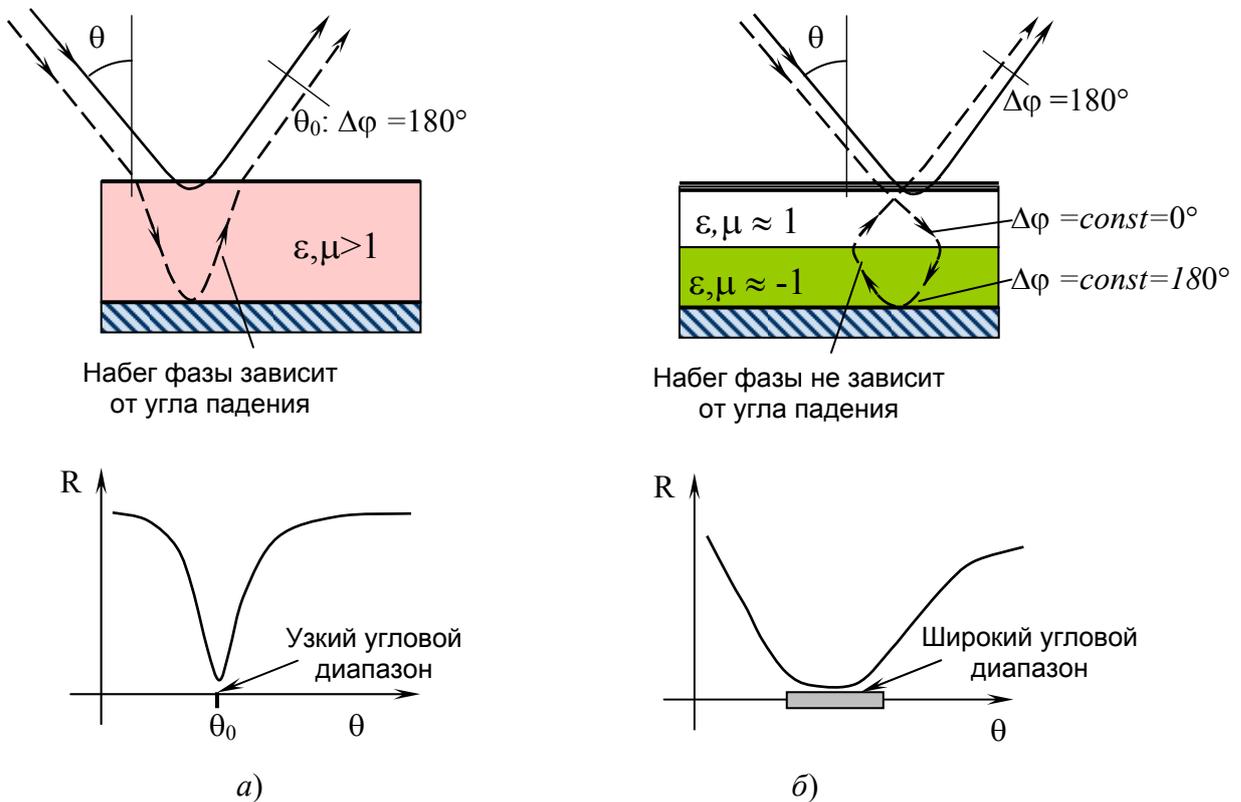


Рис. 11. Схематическое описание функционирования обычного радиопоглощающего интерференционного покрытия (а) и покрытия, основанного на метаматериале (б)

Рассмотрим рис. 11. Картина а) даёт схематическое описание работы обычного интерференционного покрытия при  $\epsilon' > 1$  и  $\mu' > 1$ . Толщина покрытия должна быть выбрана таким образом, чтобы обеспечить разность фаз  $\approx 180^\circ$  между волной, отражённой от внешней поверхности (сплошная линия), и волной, прошедшей сквозь слой и отражённой от металла,

амплитуды должны быть также близки, чтобы обеспечить минимум коэффициента отражения. Зафиксируем частоту падающей волны. Если угол падения электромагнитной волны изменяется, то при использовании обычных материалов сдвиг фаз будет зависеть от угла падения. Соответственно, угловая зависимость (нижний рисунок 11а) будет достаточно узкой.

Рассмотрим схему, изображённую на рис. 11б. Покрытие состоит из тонкой полупрозрачной магнитной плёнки и двух слоёв равной толщины с  $\epsilon, \mu \approx 1$  и  $\epsilon, \mu \approx -1$ . В этом случае общий фазовый сдвиг внутри покрытия не зависит от угла падения, так как положительный набег фазы в слое с положительными  $\epsilon$  и  $\mu$  точно компенсируется отрицательным набегом фазы в слое с отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$  из-за возникновения обратной волны в слое метаматериала. Следовательно, коэффициент отражения будет слабо зависеть от угла падения, по крайней мере, пока отражение от магнитной плёнки будет удовлетворять требованию хорошей амплитудной компенсации. Эксперимент [23] подтвердил приведенные рассуждения. Схема экспериментальной установки показана на рис. 12а.

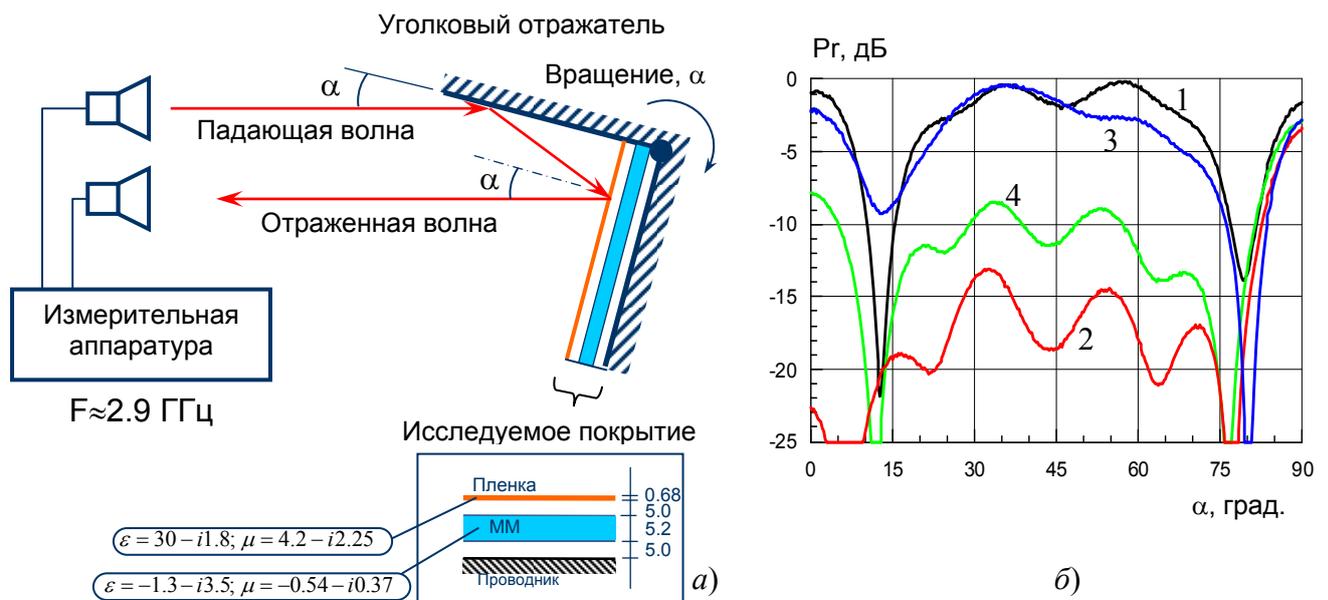


Рис. 12. Экспериментальная установка (а) и измеренные угловые зависимости мощности отраженного сигнала при различных покрытиях одной грани уголкового отражателя (б)

Угловая зависимость коэффициента отражения покрытия была измерена путём измерения мощности отражённой волны в зависимости от угла поворота двухгранного уголка, одна сторона которого покрыта исследуемым радиопоглощающим материалом (РПМ). Результаты измерений приведены на рис. 12б, кривая 1 соответствует непокрытому уголку, кривая 2 соответствует измерению полной схемы покрытия, кривая 3 соответствует случаю, когда слой метаматериала извлечен из РПМ и заменён на радиопрозрачный пенопласт такой же толщины, кривая 4 – магнитная плёнка удалена с поверхности РПМ. Образец метаматериала был приготовлен с

параметрами, соответствующими рис. 8. Хорошо видно преимущество многослойной структуры с метаматериалом (кривая 2), где наблюдается необычайно широкая угловая область эффективного поглощения. Выбор рабочей частоты  $F=2.89$  ГГц определяется требованием отрицательного фазового сдвига волны, распространяющейся в метаматериале. Вне области частот отрицательных значений  $\varepsilon$  и  $\mu$  описанные выше особенности углового поведения РПМ исчезают.

## Метаматериалы и сверхразрешение

Несмотря на то, что явление отрицательного преломления может быть широко использовано для создания широкого класса новых микроволновых устройств и совершенствования существующих, основным толчком, приведшим к экспоненциальному росту публикаций, посвященных метаматериалам, явилась выдающаяся работа профессора Пендри, опубликованная в 2000 году [24]. В ней было показано, что линза Веселаго, наряду с описанными выше особенностями фокусировки, обладает способностью переносить изображение предмета с точностью, не ограниченной так называемым волновым пределом. Из общего курса физики хорошо известно, что невозможно различить между собой два предмета с помощью любой оптической системы, если эти предметы находятся между собой на характерном расстоянии, меньшем длины волны наблюдения. Именно это обстоятельство заставляет переходить как при исследовании микромира, так и при создании микрообъектов ко всё меньшим длинам волн, что необычайно удорожает стоимость необходимого оборудования. Основная причина этого ограничения объясняется следующим. Излучение электромагнитного источника, разложенное по полному спектру пространственных фурье-гармоник, как известно, состоит из распространяющихся волн и экспоненциально затухающих (evanescent) гармоник. Для того, чтобы передаточная функция оптической системы была равна единице (а только в этом случае образ предмета будет передан без искажения), оптическая система должна собрать все пространственные фурье-гармоники. Однако в пространстве, заполненном веществом с любыми положительными значениями  $\varepsilon$  и  $\mu$ , затухающие волны не доходят до приемника, и часть информации о наблюдаемом объекте всегда теряется. Успешно развиваемая в течение десятилетий спектроскопия ближнего поля позволяет преодолеть это ограничение, однако в связи с тем, что ближнепольное разрешение осуществляется последовательным перемещением щупа от точки к точке с последующей обработкой информации, получение полного изображения эволюционирующего объекта, например живой клетки, невозможно.

Дж. Пендри в работе 2000 года обратил внимание на то, что плоский слой вещества с  $\varepsilon = -1$ ,  $\mu = -1$  обладает способностью увеличивать амплитуды экспоненциально затухающих волн. Им было показано, что с

помощью линзы Веселаго, приготовленной из вещества с  $\varepsilon = -1$  и  $\mu = -1$ , не имеющего потерь, можно преодолеть дифракционный предел. В этой же работе он показал, что в оптическом диапазоне длин волн возможно улучшение оптического изображения благодаря использованию плоского слоя вещества с отрицательным значением диэлектрической проницаемости. В качестве такого слоя предлагалось использовать пленку серебра, у которого значение диэлектрической проницаемости в оптическом диапазоне, как известно, отрицательное. При отрицательном значении  $\varepsilon$  на границе между пленкой и вакуумом может распространяться поверхностная волна и возникают условия плазмонного резонанса, при котором колебания электронов в проводящем слое поддерживаются внешним электромагнитным полем.

Рассмотрим этот вопрос несколько подробнее, следуя работе [25]. Пусть источник гармонического электрического тока

$$j_z = I_z \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) e^{i\omega t}$$

находится на расстоянии  $a$  от слоя с заданными значениями  $\varepsilon$  и  $\mu$  (см. рис. 13). Тогда можно найти решение волнового уравнения для векторного потенциала  $\vec{A}$  в любой области пространства, учитывая соответствующие граничные условия и используя выражение функции Грина этой задачи, записанное в виде разложения по пространственным фурье-гармоникам. В частности, поле, падающее на левую границу плоского слоя, принимает вид:

$$A_z^i = \frac{I_z}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\xi(y - y_0) \pm \sqrt{\xi^2 - k^2}(x - x_0))}{\sqrt{\xi^2 - k^2}} d\xi,$$

где  $k = \omega\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu}$ , знак  $+$  для  $x - x_0 < 0$ , знак  $-$  для  $x - x_0 > 0$ . Отсюда видно, что правее точки  $x_0$  амплитуда падающего поля экспоненциально затухает для всех значений  $\xi^2 > k^2$  и распространяются только волны с пространственными частотами  $\xi^2 < k^2$ . Для любого слоя с положительными значениями  $\varepsilon$  и  $\mu$  в любой области пространства по мере увеличения расстояния от источника происходит обеднение спектра за счет уменьшения амплитуды затухающих волн. Иная ситуация возникает, если положить  $\varepsilon = -1$ ,  $\mu = -1$ ,  $k^2 > 0$ . Точное решение задачи показывает, что вблизи дальней границы слоя происходит накопление реактивной энергии, а амплитуда

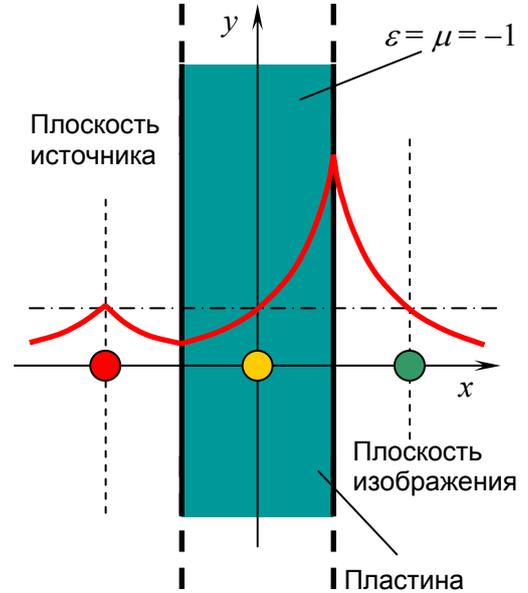


Рис. 13. Распределение амплитуды одной из затухающих пространственных гармоник поля нитевидного источника

затухающей волны внутри слоя с  $\varepsilon = -1$  и  $\mu = -1$  начинает возрастать. Плоский слой начинает работать как резонатор для затухающих волн. Рисунок показывает поведение амплитуды одной из затухающих гармоник при  $\varepsilon = \mu = -1$ . Если в слое нет потерь, то амплитуда затухающей гармоники в точке фокуса в точности равна соответствующей амплитуде вблизи источника. Таким образом, полностью восстанавливается изображение источника (распространяющиеся моды проходят через слой  $\varepsilon = \mu = -1$  без искажений). В том случае, если имеются потери, изображение восстанавливается частично.

В 2003 году в ИТПЭ РАН был теоретически обоснован и проведен эксперимент, впервые продемонстрировавший эффект сверхразрешения [25]. Между двумя нитевидными источниками излучения и приемником помещалась плоская тонкая пластина, выполненная из вещества с отрицательными значениями  $\varepsilon$  и  $\mu$  в области частот  $F \approx 1,7$  ГГц. Расстояние между источниками составляло величину  $\lambda/6$ , где  $\lambda$  - длина волны излучения в свободном пространстве. Без пластины метаматериала приемник регистрировал один размытый максимум электромагнитного поля. То же самое наблюдалось вне полосы частот, соответствующей отрицательным значениям  $\varepsilon$  и  $\mu$ . Измерения электромагнитного поля в полосе частот, где  $\varepsilon < 0$ ,  $\mu < 0$ , показали два четко различимых максимума поля, что убедительно демонстрировало эффект сверхразрешения. Одним из неожиданных результатов этой работы явилась также возможность значительного уменьшения апертуры линзы Веселаго для получения сверхразрешения. Так, даже при уменьшении поперечника линзы до величины порядка  $\lambda/3$  качество разрешения практически не менялось, что открывало широкие возможности для различных приложений.

Вместе с тем, стали понятны и принципиальные ограничения, основным из которых являются потери, обязательно присущие метаматериалу. Поскольку метаматериал по принципу своей конструкции является диспергирующим композитом, соотношения Крамерса-Кронига налагают достаточно жесткие ограничения на соотношение между действительной и мнимой частью комплексных величин  $\varepsilon$  и  $\mu$ . Поэтому сверхразрешение пока что удалось получить при использовании очень тонкой (по отношению к длине волны) пластины метаматериала и, значит, плоскость изображений находится достаточно близко к плоскости образов. То же самое было продемонстрировано в эксперименте [26], проведенном в 2006 году, в области радиочастоты  $F = 24$  МГц. Было достигнуто разрешение  $\lambda/64$ , но, опять же, на расстоянии от источников, меньшем длины волны излучения. В настоящее время предложено несколько схем, позволяющих только частично облегчить требования, налагаемые на максимально допустимый уровень потерь в метаматериалах. Вопрос о преодолении ограничений, связанных с потерями, является ключевым для всей проблемы сверхразрешения.

## «Метавещество» и метаматериал

Отметим, что использование эффективных параметров для описания веществ с отрицательными  $\epsilon$  и  $\mu$  в ряде ситуаций некорректно. Так, например, в [27] было показано, что у композитов, содержащих вытянутые резонансные включения, введение эффективной диэлектрической проницаемости возможно только для листовых материалов, толщина которых превосходит некоторую критическую величину, и, вообще говоря, полученное значение  $\epsilon$  может быть разным в зависимости от условий эксперимента (см. также обсуждение в [28]).

Применение строгого подхода (метода интегральных уравнений) для полного описания всех электромагнитных взаимодействий между включениями метаматериала (композита) [29, 30] позволило установить особенности распространения электромагнитной волны в реальном композите и осветить моменты, которые оказываются скрытыми при использовании в уравнениях Максвелла эффективных параметров. В качестве примера были использованы результаты вычислительного эксперимента, повторяющего условия проведения реальных экспериментальных исследований [25]. В этой работе использовалась пластина из композита с включениями из резонансных элементов в виде спиралей с малым шагом и линейных полуволновых отрезков из медной проволоки (рис. 14), возбуждаемых соответственно магнитной и электрической компонентами поля, излучаемого двумя линейными излучателями.

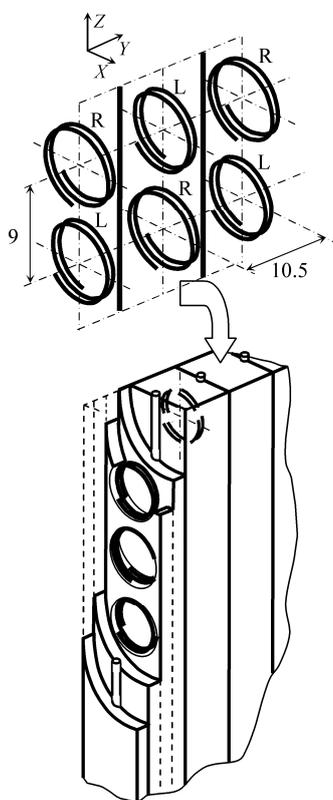


Рис. 14. Конструкция пластины

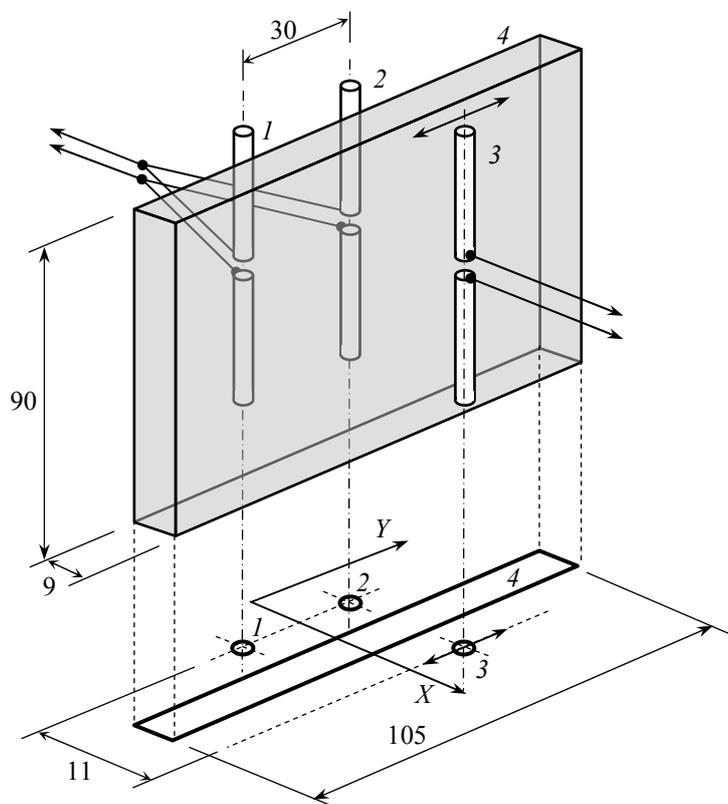


Рис. 15. Схема эксперимента

Схема эксперимента показана на рис.15 (1, 2 – линейные излучатели, 3 – зонд, 4 – пластина). Радиоизображение источников (полуволновых вибраторов, которые использовались в качестве излучателей) 1 и 2, разнесенных на расстояние, существенно меньшее длины волны) регистрировалось приемной антенной-зондом 3 в процессе его перемещения параллельно поверхности пластины. Результаты измерения поля показали, что при наличии пластины существует частотный диапазон (1.65 ... 1.8 ГГц), в котором наблюдается раздельное изображение двух близко расположенных источников.

Таким образом, на основе теоретических предпосылок о возможности преодоления «дифракционного предела» в системах с метаматериалами было создано некоторое пассивное устройство, с помощью которого, действительно, было получено ожидаемое сверхразрешение. Однако было бы неправильно отождествлять электромагнитные процессы, происходящие в экспериментальной композитной пластине, и прохождение электромагнитной волны через слой однородного (идеального) метавещества с  $\varepsilon < 0$ ,  $\mu < 0$ . Одна из очевидных причин тому – дискретная структура композита. Известно [31], что в регулярных структурах величина периода решетки ограничивает предельную разрешающую способность системы. Но в данном случае имеется еще одно обстоятельство. Как отмечено в [25], на проявление эффекта «сверхразрешения» можно рассчитывать лишь при использовании тонких пластин с низкими потерями, поэтому в описанной выше установке пластина состояла всего из одного слоя резонаторов. Такой конструкции трудно поставить в соответствие пластину из однородного материала – уже хотя бы из-за отсутствия четко выраженных границ композита в поперечном направлении. Можно предположить, что местоположение этих (условных) границ должно зависеть от особенностей распределения электромагнитного поля вблизи включений. Наконец, нельзя исключать того, что электромагнитный процесс в тонкослойной композитной пластине существенно отличается от явлений в однородном материале, вследствие чего эффективные параметры среды  $\varepsilon$  и  $\mu$  окажутся неприменимыми.

Для построения расчетной модели было использовано уравнение типа Поклингтона, составленное на основе тонкопроволочного приближения с учетом емкостной нагрузки элементов (использованные в эксперименте двухвитковые спирали с малым шагом и значительной межвитковой емкостью можно с высокой степенью точности рассматривать как кольца с узким разрывом, в который включены сосредоточенные конденсаторы). Учитывалась также конечная проводимость металла проволоки, в том числе – скин-эффект. Разработанные алгоритмы и вычислительные программы позволяли произвести расчет полей различных источников в присутствии как систем из конечного числа элементов, так и бесконечных структур (двумерно периодических решеток). Расчеты не только воспроизвели наблюдавшийся эффект «сверхразрешения» для сложной композитной среды, но и позволили сопоставить явления в реальных образцах композитов (периодических

системах резонансных элементов) с явлениями в однородных средах с отрицательными электродинамическими параметрами, существующих лишь теоретически (в дальнейшем для простоты изложения будем называть такие среды метавеществом). Было показано, что пластина из композита обладает некоторыми свойствами, характерными для пластины из метавещества. Так, существует полоса частот (как и предсказывает теория, она находится вблизи и чуть выше резонансной частоты включений), в которой проявляется эффект сверхразрешения. Это хорошо видно на рис. 16, где в верхней части показан рельеф поверхности, а в нижней - изолинии напряженности электрического поля, рассчитанного в плоскости центрального поперечного сечения пластины и в ее окрестности. Для сравнения на рис. 17 приведены аналогичные картины при отсутствии пластины (все линейные размеры вдоль осей графиков выражены в электрических единицах, т.е. умножены на  $k = 2\pi/\lambda$ ).

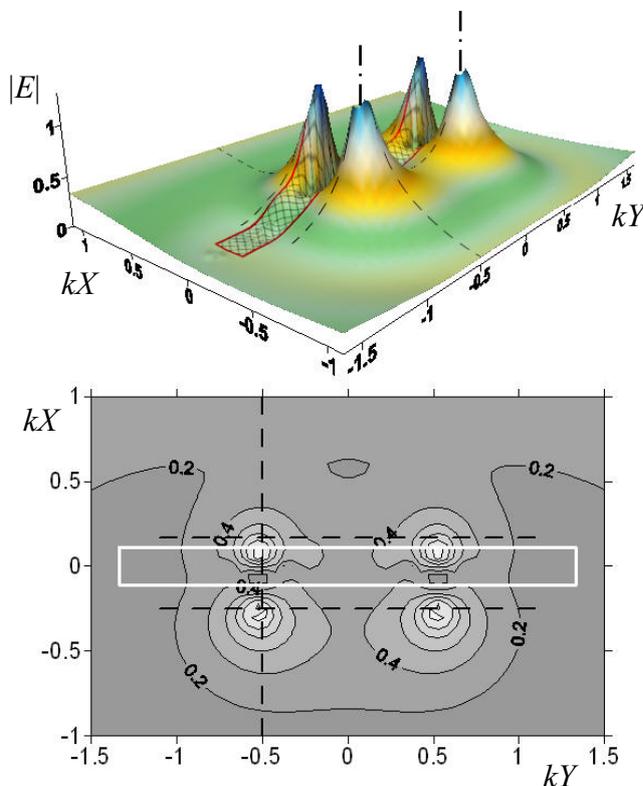


Рис. 16. Поле линейных источников вблизи пластины из метаматериала

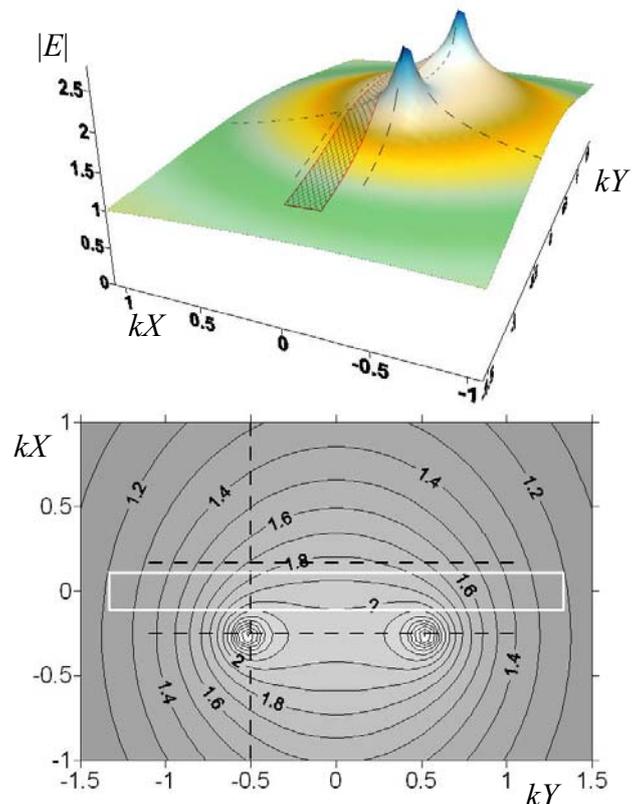


Рис. 17. Поле линейных источников в отсутствии пластины из метаматериала

Сама же композитная пластина может быть в целом охарактеризована как устройство, в котором существует обратная волна, поскольку расчеты показали наличие зоны пространства вблизи резонаторов, где фазовая и групповая скорости противоположны.

Однако нужно отметить и различия в распределении поля для тонкой композитной пластины и пластины из метавещества. Например, в системе с однородной пластиной с  $\varepsilon = \mu = -1$  фазовая и групповая скорости имеют разные знаки лишь внутри пластины, а сильное возбуждение прямолинейных

проводников композитной пластины приводит к появлению зоны с отрицательной фазовой скоростью вне геометрических границ конструкции (результаты расчетов см. в [29,30]). Кроме того, известно (напр., [32]), что при возбуждении плоскопараллельной пластины из метавещества реактивная энергия экспоненциально убывающих компонент накапливается вблизи границ раздела сред (в первую очередь – в окрестности неосвещенной грани пластины), за счет чего и возможна реализация «сверхразрешения». В экспериментальной же пластине таких границ просто нет, однако резонансные явления присутствуют, и происходит накопление энергии поля внутри и вблизи отдельных резонаторов (максимум накопленной реактивной энергии достигается в центральной части композитной пластины, вблизи осевых линий включений).

Предложенная в [29] физическая интерпретация формирования изображения со сверхразрешением в системе с пластиной из реального метаматериала основана на следующем обстоятельстве. Поля распространяющихся и затухающих гармоник, составляющих в совокупности пространственный спектр излучения точечного источника, возбуждают резонаторы композита различным образом. Основная причина этого различия состоит в том, что в падающем поле распространяющихся гармоник (плоских волн) векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  синфазны, а для затухающих колебаний характерен сдвиг по фазе между векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  на  $90^\circ$ . В то же время известно, что фазовые и амплитудные характеристики направленности системы, состоящей из скрещенных магнитного и электрического диполей (моделей резонаторов композита), определяются соотношением фаз токов этих диполей. Исследования показывают, что в данном композите в результате реализации подходящих фазовых соотношений в электрических и магнитных резонаторах пластины происходит такая интерференция поля их излучения с полем падающей волны, при которой распространяющиеся гармоники (в отличие от затухающих) претерпевают существенное ослабление, и вблизи неосвещенной грани пластины возникают характерные максимумы напряженности поля (подробности см. в [29,30]). Естественно, резонансные свойства включений (при достаточно низких потерях) приводят и увеличению уровня экспоненциально убывающих (реактивных) компонент поля. По наблюдаемым максимумам можно зарегистрировать местоположение источников со сверхразрешением, что и было реализовано в эксперименте. При исключении из композита либо магнитных, либо электрических резонаторов обсуждаемый эффект сверхразрешения, естественно, пропадает. Эффект также исчезает и при изменении частоты излучения, например, при перестройке генератора на частоту ниже резонансной частоты резонаторов. Тем не менее, расчеты подтверждают, что в чрезвычайно тонких, нерезонансных системах из, например, параллельных металлических проводников (аналогах тонких пленок с  $\epsilon < 0$ ) может быть реализовано некоторое улучшение разрешающей способности [29].

Таким образом, основные отличия в картинах распределении поля, фиксируемых в композитных материалах и в пластинах из однородного метавещества, обусловлены особенностями используемых резонаторов, в частности – степенью их электромагнитной связи с окружающим пространством, количеством слоев в поперечном направлении пластины и (в меньшей степени) – дискретной структурой композита. В связи со значительным выходом поля резонаторов за геометрические границы образца (включая зону нахождения излучателей и зону измерений) пользоваться эффективными значениями параметров  $\varepsilon$  и  $\mu$  в данном случае нецелесообразно, исследование полей вблизи и внутри композита следует проводить путем строгого решения граничной электродинамической задачи.

### **Компенсация потерь в метаматериале**

Различия между метаматериалом и метавеществом могут иметь большое значение, если изучается возможность компенсации потерь за счет энергии внешнего источника, передаваемой в объем метаматериала посредством включений активного типа. Как выяснилось в результате исследований, эти возможности для метавещества и реального композита существенно различаются. Рассмотрим этот вопрос несколько подробнее.

На очень высоких частотах металлы, входящие в состав метаматериалов, характеризуются большим затуханием, поэтому проблема снижения потерь становится особенно важной. Известны [33,34] предложения использовать активные устройства или среды для компенсации потерь во включениях метаматериала с тем, чтобы реализовать сверхразрешение в инфракрасном и оптическом диапазонах. Однако пока остается неясным, как дискретность структуры композита повлияет на возможную степень компенсации потерь, каковы сопутствующие искажения электромагнитного поля в метаматериале и возможно ли в итоге достижение сверхразрешения таким путем.

Нами была предпринята попытка оценить искажающее действие активных включений в метаматериале при численном моделировании раздельной регистрации двух близкорасположенных источников с помощью линзы Веселаго-Пендри. Рассматривались два основных случая, во-первых, когда линза изготовлена из гипотетического метавещества с потерями,  $\varepsilon = \mu = -1 - i0,2$ , и, во-вторых, когда в качестве линзы использован реальный композит, состоящий из резонансных спиралей с малым шагом и линейных проводников (подобная пластина ранее применялась при экспериментальной регистрации сверхразрешения). Для имитации активных включений в метавеществе с исходными параметрами использовались локальные вставки из диэлектрика с «отрицательными» потерями (т.е. из «усиливающего» активного материала,  $\varepsilon = \mu = -1 + i0,05$ ). Активные компоненты реального композита представляли собой конденсаторы, входящие в состав

резонансных колец и линейных проводников, опять-таки с отрицательными резистивными потерями.

В результате численных исследований было обнаружено, что при достаточно малых размерах включений в гипотетическом метавеществе (например, порядка  $\lambda/150$ ) можно было бы успешно компенсировать потери в нем и существенно улучшить качество изображения, даваемого относительно «толстой» линзой Веселаго-Пендри. Однако применение активных сосредоточенных компонентов в реальном композите со сравнительно большими включениями (всего в несколько раз меньше расстояния между источниками), даже при оптимальном подборе активных свойств включений, приводит к серьезным искажениям картины поля, которые тем больше, чем выше удельное сопротивление металла. В итоге, для реальных параметров металла в ближнеоптическом диапазоне и достигнутых к настоящему моменту размеров включений (десятые доли длины волны) возможность активной компенсации потерь для получения оптического изображения со сверхразрешением на расстояниях порядка единиц длин волн от источника требует дальнейшего обсуждения. Дополнительная информация по этому вопросу имеется в [35, 36]

### **Магнитный плазмонный резонанс и магнитные оптические метаматериалы.**

Как упоминалось выше, в СВЧ диапазоне метаматериалы с отрицательным показателем преломления изготавливают при помощи разорванных кольцевых резонаторов или спиралей, которые обеспечивают отрицательные значения эффективной магнитной проницаемости  $\text{Re } \mu < 0$ . В диапазоне СВЧ металлы могут рассматриваться как почти идеальные проводники, поскольку скин слой ( $\sim 1\div 10 \mu\text{m}$ ) много меньше характерных размеров металлических включений в метаматериалах. Магнитный отклик достигается в окрестности  $L$ - $C$  резонанса в спиралях или разорванных кольцах. Следовательно, частоты  $L$ - $C$  резонансов полностью определяются формой и размерами включений. Резонанс возникает при определенных соотношениях между размером разорванного кольца и длиной волны возбуждающего поля.  $L$ - $C$  резонансы в идеально проводящих структурах называются геометрическими  $L$ - $C$  (GLC) резонансами.

Ситуация драматически меняется в оптическом и инфракрасном спектральных диапазонах, где наноразмерные металлические включения ведут себя весьма специфически, когда их толщина становится меньше толщины скин слоя. Например, возникает плазмонный резонанс вследствие коллективного колебания электронов. Эти колебания приводят к тому, что диэлектрическая проницаемость металлов  $\varepsilon_m$  отрицательна в оптическом и инфракрасном диапазонах. Многие интересные оптические явления обусловлены плазмонным резонансом: распространение поверхностных плазмонов, аномальное поглощение, гигантское комбинационное рассеяние, сверхпропускание света и так далее (см. например [34, 37]).

Ярким примером плазмонных эффектов служит ближнепольное сверхразрешение которое возникает вследствие возбуждения плазмонов в метаматериале с  $\varepsilon = -1$  [24]. Ближнепольное сверхразрешение может быть объяснено на основе элементарного решения задачи электростатики, приведенного, например, в задачнике [38] (задача № 209). Плазмонный отклик металлов – это основная причина, почему методика GLC резонанса не применима напрямую в оптике.

Оптические метаматериалы с отрицательным показателем преломления были впервые продемонстрированы в работах [39-41]. В работах [39, 40] был использован плазмонный резонанс, возникающий в системе параллельных нанопроводов. Такие резонансы были впервые рассмотрены нами в работах [34, 11, 42]. В работе [41] наблюдалась отрицательная действительная часть показателя преломления на длине волны 2.0 мкм в системе, состоящей из двух параллельных золотых нанопленок, в которых были перфорированы отверстия с размером много меньше длины волны. Металлические переемычки между отверстиями играли роль нано-антенн, аналогичных парам нанопроводов. Первые работы по получению и изучению оптических метаматериалов были продолжены другими успешными экспериментами [43-48]. Например, в [48] было описано создание призмы из оптического метаматериала и продемонстрировано отрицательное отклонение луча света. Отрицательная оптическая магнитная проницаемость была впервые анонсирована в работе [49]. Мы, однако, полагаем, что геометрия, использованная в этом эксперименте (вертикальные металлические колонки, перпендикулярные плоскости пленки), не позволяет возбуждать магнитный резонанс при нормальном падении света на пленку. Действительно, вне зависимости от поляризации падающей волны, электрическое поле перпендикулярно оси металлических колонок и не может возбудить кольцевой электрический ток, текущий в разные стороны вдоль металлических включений. Другие проблемы с экспериментом [49] обсуждались в статье [50].

Как отмечалось выше, потери важны в СВЧ области. С уменьшением длины волны в сторону оптического диапазона омические потери становятся решающим фактором, ограничивающим применение метаматериалов [51, 52]. В частности, потери радикально уменьшают возможность получения сверхразрешения и делают практически невозможным создание плоской оптической линзы Веселаго, обладающей сверхразрешением. В других оптических приборах, основанных на использовании метаматериалов, таких как, например, гиперлинза [53-57], потери не приводят к исчезновению полезного эффекта, но резко снижают оптическую силу перспективных приборов. Решение проблемы потерь вполне вероятно на пути использования усиливающих, лазерных материалов. Плазмонный резонанс в металлической нано-антенне, помещенной в усиливающую среду, может быть использован для возбуждения магнитных и электрических диполей. Усиливающая среда увеличивает амплитуду возбуждаемых диполей и может, в принципе, привести к полной компенсации потерь в метаматериале. Поскольку

усиление электромагнитного поля в лазерном материале предполагает наличие внешнего источника энергии, то метаматериал, включающий активную среду, является неконсервативной системой. Следовательно, существенные ограничения на поведение эффективных параметров, накладываемые соотношением Крамерса-Кронига, становятся неочевидными.

В качестве примера магнитной оптической среды мы рассмотрим магнитный плазменный резонанс (МПР) в оптической нано-антенне, помещенной в активную среду [58]. МПР имеет очень важное свойство: его частота зависит от структуры нано-антенны, а не от ее полного размера. МПР может быть возбужден в металлической наноподкове, показанном на рис. 18. Структуры такого вида действуют как оптические антенны, концентрируя электрическое и магнитное поля на масштабе много меньшем, чем волны света. Магнитный отклик наноподков характеризуется магнитной поляризуемостью  $\alpha_M$ , которая имеет резонанс лоренцевской формы: действительная часть меняет знак вблизи резонансной частоты и становится отрицательной, как это необходимо для создания оптических метаматериалов с отрицательной магнитной проницаемостью. Идея о магнитном плазмонном резонансе, приводящем к оптическому магнетизму, относительно нова и, конечно, находится в противоречии с известным положением [15] о невозможности магнетизма в оптике. Это противоречие, однако, кажущееся, поскольку в [15] речь идет о микроскопическом магнетизме, в то время как обсуждаемый оптический магнетизм возникает на мезоскопическом уровне за счет коллективного движения электронов. В дальнейшем все изложение строится на рассмотрении коллективных эффектов в металлической наноподкове. Полученные результаты могут быть легко распространены на нано-антенны других геометрических форм.

Заметим, что отрицательная диэлектрическая проницаемость в оптических метаматериалах получается естественным путем, поскольку все «хорошие» металлы обладают отрицательной диэлектрической проницаемостью в оптическом и ближнем инфракрасном спектральном диапазонах (см. обсуждение в [34]).

Рассмотрим взаимодействие наноподковы с внешним электромагнитным полем, которое взаимодействует с электромагнитным полем, возбуждаемым внутри

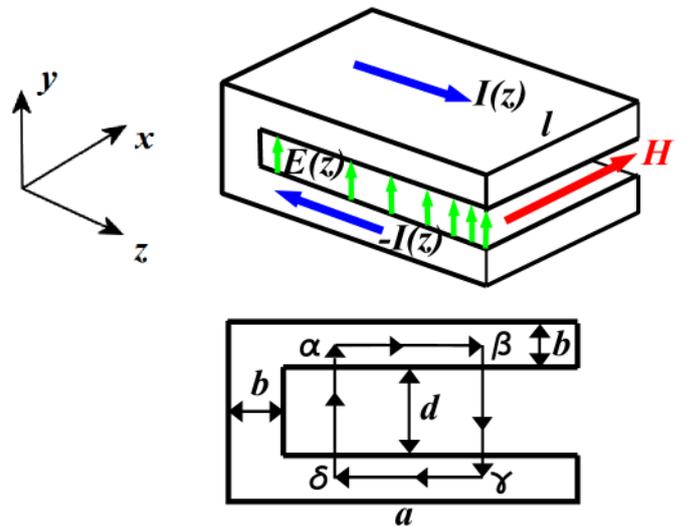


Рис. 18. Нано-антенна в виде подковы (наноподкова); при компьютерном моделировании использовались параметры  $a = 300$  нм,  $d = 70$  нм,  $b = 34$  нм

наноподковы. Внешнее переменное магнитное поле  $H = \{H_0(t), 0, 0\}$  прикладывается в плоскости подковы, как это показано на рисунке 18. Токи смещения в зазоре подковы замыкают цепь.

Кольцевой электрический ток  $I(z)$ , текущий в подкове, генерирует собственное магнитное поле  $H(z) = 4\pi I(z)/c$  в зазоре, где  $I(z)$  это плотность поверхностного тока в верхней обкладке (т.е., обкладке  $\alpha\beta$  на рис. 18),  $c$  – скорость света. Чтобы получить замкнутое уравнение для определения тока, мы интегрируем уравнение Максвелла  $\text{curl}\mathbf{E} = -\dot{\mathbf{H}}/c$ , выражающее закон индукции Фарадея по контуру  $\{\alpha\beta\gamma\delta\}$ , и получаем следующее уравнение:

$$\left[ 2I(z)Z - \frac{\partial U}{\partial z} \right] \Delta z = -\frac{d}{c} \left( \frac{4\pi}{c} \dot{I}(z) + \dot{H}_0 \right) \Delta z, \quad (1)$$

где  $\Delta z$  это расстояние между точками  $\alpha$  и  $\beta$  на пути интегрирования, показанном на рис. 18, точки означают производные по времени,  $Z = I/(\sigma b) = 4i\pi/(\varepsilon_m \omega b)$  – поверхностный импеданс и  $\varepsilon_m$  это комплексная диэлектрическая проницаемость металла. Мы подставляем в (1) разность потенциалов  $U(z) = E_y(z)d = -4\pi[Q(z) - P(z)]d$ , где  $Q(z)$  заряд на единицу площади,  $P(z)$  поляризация среды внутри подковы. Затем мы берем производную по времени от обеих сторон уравнения (1) и используем закон сохранения заряда  $\partial I/\partial z = -\partial I_1/\partial z = -\partial Q/\partial t$ , где  $I_1$  это ток в нижней обкладке. Так мы получаем основное уравнения для тока в нано-антенне

$$\frac{\partial^2 I(z,t)}{\partial z^2} + \frac{\partial \dot{P}(z,t)}{\partial z} - \frac{Z}{2\pi d} \dot{I}(z,t) = \frac{1}{4\pi c} \left[ \frac{4\pi}{c} \ddot{I}(z) + \ddot{H}_0 \right]. \quad (2)$$

Это уравнение аналогично хорошо известному телеграфному уравнению [33, §91]. К уравнению (2) необходимо добавить материальное уравнение для определения поляризации  $P$ . Поляризация среды внутри подковы есть сумма двух поляризаций  $P = P_1 + P_2$ , где  $P_1 = \chi_1 E_y$  это обычная поляризация диэлектрика, а  $P_2$  это возможная «аномальная» поляризация за счет накачки активной среды;  $\chi_1$  обозначает обычную, не резонансную поляризуемость среды. Мы подставляем  $P = \chi_1 E_y + P_2$  в (1) и получаем

$$\frac{\partial^2 I(z,t)}{\partial z^2} + \frac{\partial \dot{P}_2(z,t)}{\partial z} - \frac{Z\varepsilon_d}{2\pi d} \dot{I}(z,t) = \frac{\varepsilon_d}{4\pi c} \left[ \frac{4\pi}{c} \ddot{I}(z) + \ddot{H}_0 \right] \quad (3)$$

где поляризуемость  $\chi_1$  входит теперь в «регулярную» часть диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_d = 1 + 4\pi\chi_1$ .

Рассмотрим сначала простейший случай, когда поляризуемость  $P_2$  линейна по отношению к приложенному полю  $P_2 = \chi_2 E_y$ . Предположим также, что внешнее поле осциллирует с частотой  $\omega$ , а именно,  $H_0 = H_0 \exp(-i\omega t)$ . В этих предположениях уравнение (3) принимает вид

$$\frac{\partial^2 I(z)}{\partial z^2} = -g^2 I(z) - \frac{\varepsilon_d \omega k}{4\pi} H_0 \quad (4)$$

где координата  $z$  меняется в пределах  $0 < z < a$ , координаты  $z = 0$  и  $z = a$  соответствуют началу и концу подковы так, что  $dI(0)/dz = I(a) = 0$ ;  $k = \omega/c$ ; волновой вектор плазмона  $g$  определяется из уравнения

$$g^2 = \varepsilon_d k^2 - 2\varepsilon_d / (bd\varepsilon_m) \quad (5)$$

где диэлектрическая проницаемость включает в себя как обыкновенную часть, так и возможный вклад активной среды. Второй член в уравнении (5) имеет вид  $g \sim k(\delta/d)$ , где  $b$  характерный размер системы (например, толщина обкладки) и  $\delta$  – величина скин слоя. Если  $\delta \ll b$ , что типично для СВЧ, мы получаем обыкновенный  $GLC$  антенный резонанс. В обратном случае, когда  $k^2bd |\epsilon_m| \ll 1$ , параметр  $g = \sqrt{-2\epsilon_d/(\epsilon_m bd)}$  не зависит от абсолютной длины подковы и не зависит явно от частоты. Это ситуация МПР, которая возникает для наноподков в оптическом диапазоне [58].

Интересно заметить, что электрическое поле не потенциально в условиях МПР, компонента  $E_y$ , зависит от координаты "z," а компонента электрического поля  $E_z$  зависит от координаты "y." Соленоидальное оптическое поле на масштабах много меньше длины волны – это характерная черта МПР.

Электрический ток  $I(x)$ , найденный из (4), позволяет рассчитывать магнитный момент наноподковы. Магнитный момент  $m$  имеет резонанс при выполнении условия  $ga = \pi/2$ , когда абсолютная величина  $m$  принимает большие значения. Заметим, что в условие резонанса входят не абсолютные размеры, а только отношение длины к ширине подковы. Для типичного металла частотное поведение диэлектрической проницаемости качественно описывается формулой Друде  $\epsilon_m = -(\omega_p/\omega)^2(1 + \omega_r/\omega)^{-1}$ , где  $\omega_p$  плазменная частота,  $\omega_r$  – частота релаксации, которая оценивается, например, для серебра как  $\hbar\omega_p = 9.6 \text{ eV}$ ,  $\hbar\omega_r = 0.02 \text{ eV}$ . В этих обозначениях магнитный момент подковы вычисляется как

$$\alpha_M = V \frac{bd\omega_p^2}{\pi\lambda^2\omega_r^2} \frac{1}{1 - \omega/\omega_r - i(\kappa_m + \kappa_d)/2} \quad (6)$$

где резонансная частота  $\omega_r = \omega_p \pi \sqrt{bd/(8\epsilon_d a^2)}$ ,  $V$  – объем подковы,  $\kappa_m$  – безразмерные потери в металле  $\kappa_m = \text{Im } \epsilon_m / \text{Re } \epsilon_m \cong \omega_r / \omega \ll 1$ ,  $\kappa_d$  – безразмерные потери в диэлектрике, которые мы также считаем малыми  $\kappa_d = \text{Im } \epsilon_d / \text{Re } \epsilon_d \ll 1$ . Выражение (6) для  $\alpha_M$  содержит фактор  $bd/\lambda^2 \ll 1$ , который мал для наноподков, однако, вблизи резонанса возможно соотношение  $|\alpha_M| \gg 1$  в оптической и инфракрасной области спектра вследствие высокой добротности МПР.

Наличие области частот, где магнитная поляризуемость  $\alpha_M$  отрицательна и велика по абсолютной величине, позволяет создавать оптические метаматериалы с отрицательной магнитной проницаемостью. Распределение магнитного поля в наноподкове для частоты, близкой к резонансной, показано на рис. 19. Поведение оптической магнитной проницаемости для метаматериала, состоящего из наноподков, показано на рис. 20 (при компьютерном моделировании использовались

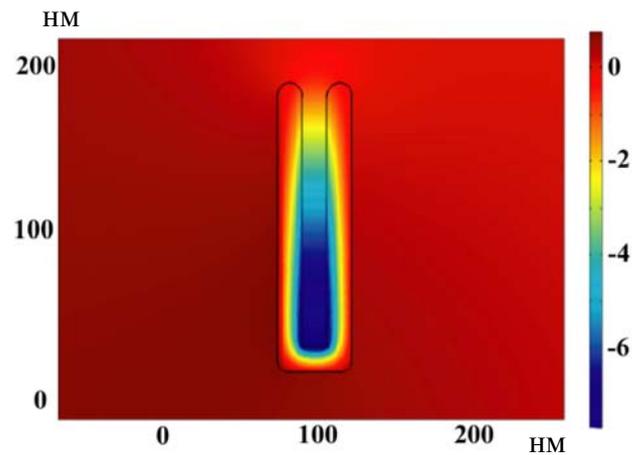


Рис. 19. Магнитный плазмонный резонанс в серебряной наноподкове, возбуждаемой внешним магнитным полем, направленным перпендикулярно плоскости рисунка. Длина волны внешнего поля  $\lambda = .5\text{мкм}$ ,  $\epsilon_d = 2$ . Магнитное поле внутри подковы направлено противоположно внешнему полю, что соответствует отрицательной поляризуемости.

параметры наноподков  $a = 300$  нм,  $d = 70$  нм,  $b = 34$  нм; объемная концентрация подков  $p = 0.3$ ; действительная часть магнитной проницаемости  $\mu_1$  показана сплошной линией, мнимая часть магнитной проницаемости  $\mu_2$  показана пунктирной линией).

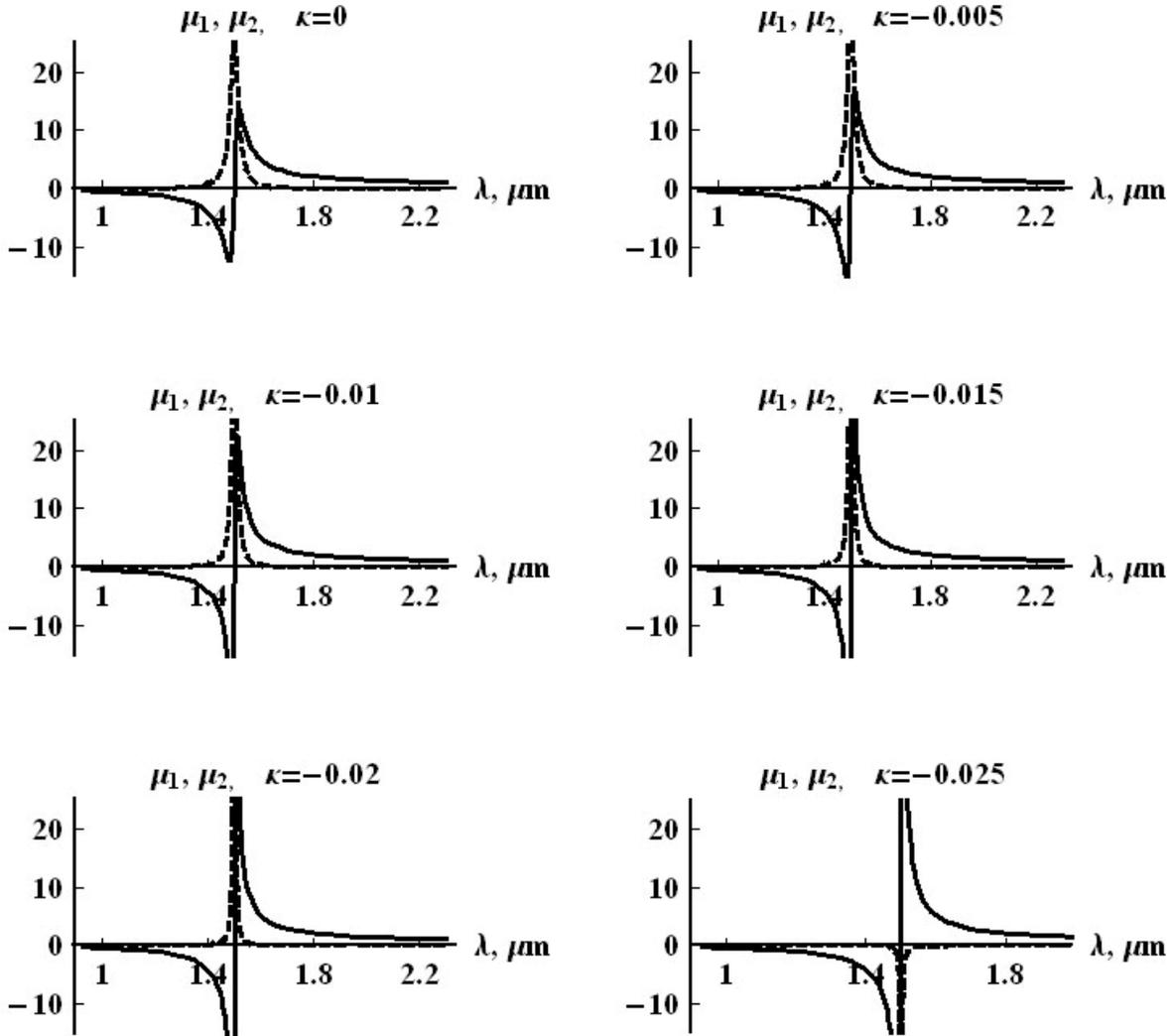


Рис. 20. Эффективная магнитная проницаемость  $\mu = \mu_1 + i \mu_2$  метаматериала, изготовленного из серебряных наноподков, помещенных в активную среду, имеющую диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon_d = 4 (1 + i \kappa)$ , где фактор потерь отрицателен  $\kappa < 0$  вследствие накачки среды; при переходе  $\kappa = -0.025$  метаматериал теряет устойчивость и начинает лазировать.

Если диэлектрик является активной средой, то при накачке безразмерные потери  $\kappa_d$  становятся отрицательными. Происходит компенсация потерь в металле. По мере компенсации потерь за счет активной среды и уменьшения суммарных потерь  $\kappa = \kappa_m + \kappa_d$  линия поглощения (пунктир на рис. 20) сужается. В какой-то момент потери становятся отрицательными, что означает потерю устойчивости. Метаматериал начинает лазировать [59].

## Заключение

Мы видим, что метаматериалы открывают новые возможности для разработки различных СВЧ и оптических устройств. В их число входят фокусирующие системы, нанолазеры, поглотители, резонаторы и многие другие устройства. Разработка новых электромагнитных материалов, начинающаяся с конструирования элементарной ячейки с заранее заданными свойствами, которые могут и не встречаться в природе – это новая технология, открывающая уникальные перспективы. Спектр потенциальных применений метаматериалов, обсуждающийся в современной литературе, простирается от уникальных датчиков комбинационного рассеяния до суперлинзы. Более того в последнее время получили развитие работы по созданию и исследованию механических (например акустических) метаматериалов. Следует, тем не менее, подчеркнуть, что, несмотря на весь прогресс, достигнутый в экспериментальных и теоретических исследованиях, пока не создано коммерчески успешных метаматериалов, за исключением радиопоглощающих, в которых потери являются необходимым условием работы.

## Список литературы

1. H. Lamb, "On group velocity," Proc. London Math. Soc., Ser. 2 **1**, 473-479 (1904).
2. *Мандельштам Л.И.* Лекции, прочитанные 26 февраля 1940 г. и 5 мая 1944 г. // Полное собрание трудов. Т. 5. М.: Издательство трудов АН СССР. 1950.
3. V.M. Agranovich and Yu.N. Gartstein. "Spatial dispersion and negative refraction of light," Phys. Usp. **49**, 1029-1044 (2006).
4. *Сивухин Д.В.* Об энергии электромагнитного поля в диспергирующих средах // Оптика и спектроскопия. 1957. Т. 3. Вып.4. С. 308-312.
5. *Агранович В.Н., Гинзбург В.Л.* Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука. 1965.
6. V.G. Veselago, "Electrodynamics of substances with simultaneously negative electrical and magnetic permeabilities," Sov. Phys. Usp. **10**, 509-514 (1968).
7. Электрофизические свойства перколяционных систем/ Под редакцией *Лагарькова А.Н.*// М.: ИВТАН.1990. С. 118.
8. A. N. Lagarkov, L. V. Panina, A. K. Sarychev and Y. R. Smychkovich, in: MRS Spring Meeting (1990), paper S 9.3.
9. A. I. Kolesnikov, A. N. Lagarkov, S. M. Matytsin, L. N. Novogrudskiy, K. N. Rozanov and A. K. Sarychev, in: Optical and Electrical Properties of

- Polymers No. 214, edited by J. A. Emerson and J. M. Torkelson/Materials Research Society (1991).
10. *Lagarkov A.N., Sarychev A.K., Smychkovich Y.R. and Vinogradov A.P.* Effective Medium Theory For Microwave Dielectric Constant and Magnetic Permeability of Conducting Stick Composites // *T. Elect. Waves and Appl.* 1992. V 6. №9. P.1159.
  11. *Lagarkov A.N., Sarychev A.K.* Electromagnetic properties of composites containing elongated conducting inclusions // *Phys. Rev.* 1996. V. B 53. P. 6318.
  12. *Lagarkov A.N et al.* Resonance properties of Bi-Helix Media at Microwaves // *Electromagnetics.* 1997. V. 17. P. 213-237.
  13. *Semenenko V.N., Chistyayev V.A. Ryabov D.E.* Microwave Magnetic Properties of Bi-Helix Media in Dependence on Helix Pitch // *Proceeding of the "Bianisotropics 98" 7 th International Conference on Complex Media.* Braunschweig. Germany. June 3-6. 1998. P. 313-316.
  14. S.A. Schelkunoff and H.T. Friis: *Antennas: Theory and Practice* (New York. Wiley 1952).
  15. Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Физматлит 2001.
  16. V.N. Semenenko, V.A. Chistyav and D.E. Ryabov, in: *Proc. Of the 7th Int. Crimean Conf. "Microwave and Telecommunication Technology"*, Sept. 15-18, Crimea, Ukraine (1997), p. 113
  17. A.N. Lagarkov, V.N. Semenenko, V.N. Kisel and V.A. Chistyayev: *J. Magn. Magn. Mater.* Vol. 238-239 (2003), p. 161
  18. I.B. Vendik, O.G. Vendik and M.A. Odit: *Physics of the Solid State* Vol. 51 (2009), p. 1590
  19. Smith D.R., Padilla W.T., Vier D.C. et al. Composite medium with simultaneously negative permittivity and permeability// *Phys.Rev.*2000. V.84.P.4184
  20. K.J. Vinoy and R.M. Jha: *Radar absorbing materials* (Boston, Kluwer. Academic 1996) pp. 98-116.
  21. S.A. Kuehl, S.S. Grove, A.G. Smith and I.P. Theron, in: *Proc. Of the CHIRAL'95 Int. Conf.*, edited by A. Sihvola, S. Tretyakov, U. Unrau, V. Varadan, V. Varadan, K. Whites/The Pennsylvania State University State College, USA, Oct. 11-14 (1995)
  22. V.N. Kisel and A.N. Lagarkov, "Near perfect absorption by a flat metamaterial plate," *Phys. Rev.* E **76**, 065601:1-4 (2007).
  23. A.N. Lagarkov, V.N. Kisel, and V.N. Semenenko, "Wide-angle absorption by the use of a metamaterial plate," *Progress in Electromagnetics Research Lett.* **1**, 35-44 (2008).

24. J.B. Pendry, "Negative refraction makes a perfect lens," *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3966-3969 (2000).
25. A.N. Lagarkov and V.N. Kissel, "Numerical and experimental investigation of the superresolution in a focusing system based on a plate of "left-handed" material," in *Proceedings of the 2nd International Conference on Materials for Advanced Technologies, Symposium F: Electromagnetic Materials*, Lim Hock, Ong Chong Kim, Serguei Matitsine and Gan Yeow Beng, ed. (World Scientific, Singapore, 2003), pp. 157-160.  
A.N. Lagarkov and V.N. Kissel, "Near-perfect imaging in a focusing system based on a left-handed-material plate," *Phys. Rev. Lett.* **92**, 077401:1-4 (2004).
26. Wiltshire M.C.K., Pendry J.B., Hajnal J.V. Sub-wavelength imaging at radio frequency//*Journal of Physics: Condensed Matter*. 2006.V.18. L315-321.
27. A.P. Vinogradov, D.P. Makhnovskii, K.N. Rozanov. Effective boundary layer in composite materials. *Journal of Communications Technology and Electronics*, **44**, no.3, p. 317-322 (1999).
28. Liu L., Matitsine S.M., Gan Y.B., Rozanov K.N.// *Electromagnetics*. 2005. V.25. № 1. P.69.
29. Kissel V.N., Lagarkov A.N.// *Phys. Rev. B*. 2005. V.72. № 8. P.085111.
30. Lagarkov A.N., Kisel V.N.// *Physica B*. 2007. V.394. № 2. P. 163.
31. Smith D.R., Schurig D., Rosenbluth M. et al.// *Appl. Phys. Lett.* 2003.V. 82, №10
32. Cui T.J., Hao Z.-C., Yin X.X. et al.// *Physics Lett. A*. 2004. V.323. № 5. P.484.
33. Caloz C., Itoh T. *Electromagnetic metamaterials: Transmission line theory and microwave applications. The engineering approach.* New York. Wiley Interscience.2006
34. A. Sarychev and V. Shalaev, *Electrodynamics of Metamaterials*, World Scientific, Singapore (2007).
35. А.Н. Лагарьков. В.Н. Кисель. А.К. Сарычев .Г. Тартаковский Сверхразрешение и усиление в метаматериалах УФН т.179 № 9, стр. 1018-1027 (2009)
36. A.N. Lagarkov, V.N. Kisel, A.K. Sarychev Loss and gain in metamaterials.//*J.Opt.Soc. Am. B* V.27 №4,p. 648-659 (2010)
37. A. Sarychev and V. Shalaev, "Electromagnetic field fluctuations and optical nonlinearities in metal-dielectric composites," *Phys. Rep.* **335**, 275–371 (2000).
38. Batygin and I. Toptygin, *Problems in Electrodynamics*, Academic Press Inc., New York (1978).

39. V. Shalaev, W. Cai, U. Chettiar, H.-K. Yuan, A. Sarychev, V. Drachev, and A. Kildishev, "Negative index of refraction in optical metamaterials," *Opt. Lett.* **30**, 3356–3358 (2005).
40. V. Shalaev, W. Cai, U. Chettiar, H.-K. Yuan, A. Sarychev, V. Drachev, and A. Kildishev, "Experimental verification of an optical negative-index material," *Laser Phys. Lett.* **3**, 49–55 (2006).
41. S. Zhang, W. Fan, N. Panoiu, K. Malloy, R. Osgood, and S. Brueck, "Experimental demonstration of near-infrared negative-index metamaterials," *Phys. Rev. Lett.* **95**, 137404 (2005).
42. A. Sarychev and V. Shalaev, "Magnetic resonance in metal nanoantennas," in *Complex Mediums V: Light and Complexity*, M. McCall, G. Dewar, Eds., *Proc. SPIE* **5508** 128–137 (2004).
43. G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener, C. Soukoulis, and S. Linden, "Low-loss negative-index metamaterial at telecommunication wavelengths," *Opt. Lett.* **31**, 1800 (2006).
44. G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener, C. Soukoulis, and S. Linden, "Simultaneous negative phase and group velocity of light in a metamaterial," *Science* **312** (5775), 892–894 (2006).
45. G. Dolling, M. Wegener, C. Soukoulis, and S. Linden, "Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength," *Opt. Lett.* **32**, 53 (2007).
46. T. Klar, A. Kildishev, V. Drachev, and V. Shalaev, "Negative-index metamaterials: going optical," *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **12**, 1106–1115 (2006).
47. V. M. Shalaev *Nature Photonics* **1**, 41 (2007).
48. J. Valentine, S. Zhang, T. Zentgraf, E. Ulin-Avil, D. A. Genov, G. Bartal, and X. Zhang, *Nature* **455**, 376 (2008).
49. A. Grigorenko, A. Geim, H. Gleeson, Y. Zhang, A. Firsov, I. Khrushchev, and J. Petrovic, "Nanofabricated media with negative permeability at visible frequencies," *Nature* **438**, 335–338 (2005).
50. A. Kildishev, V. Drachev, U. Chettiar, V. Shalaev, D. Werner, and D. Kwon, "Comment on 'Negative refractive index in artificial metamaterials,'" *Opt. Lett.* **32**(11), 1510–1511 (2007).
51. O. Dimmock, "Losses in left-handed materials," *Optics Express* **11**(19), 2397–2402 (2003)
52. J. Zhou, T. Koschny, M. Kafesaki, E. N. Economou, J. B. Pendry, and C. M. Soukoulis, "Saturation of the magnetic response of split-ring resonators at optical frequencies," *Phys. Rev. Lett.* **95**, 223902 (2005).
53. Z. Jacob, L. V. Alekseyev, and E. Narimanov, "Optical hyperlens: far-field imaging beyond the diffraction limit," *Optics Express* **14**, 8247 (2006).

54. A. Salandrino and N. Engheta, "Far-field subdiffraction optical microscopy using metamaterial crystals: theory and simulations," *Phys. Rev.* **B 74**, 075103 (2006).
55. A. A. Goyyadinov and V. A. Podolskiy, "Metamaterial photonic funnels for subdiffraction light compression and propagation" *Phys. Rev.* **B 73**, 115108 (2006).
56. Z. Liu, H. Lee, Y. Xiong, C. Sun, and X. Zhang, "Far-field optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects," *Science* **315**, 1686 (2007).
57. I. I. Smolyaninov, Y.-J. Hung, and C. C. Davis, "Magnifying superlens in the visible frequency range," *Science* **315**, 1699 (2007).
58. A. Sarychev, G. Shvets, and V. Shalaev, "Magnetic plasmon resonance," *Phys. Rev.* **E73**, 036609 (2006).
59. A.K. Sarychev, "Optical Metamaterials with Zero Loss and Plasmonic Nanolasers," in "Complex Photonic Media" , Ed. M.A. Noginov, G. Dewar, M.W. McCall, N.I. Zheludev, SPIE Press, 2009.