

**Доронин Илья Владимирович**

**ФОРМИРОВАНИЕ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
МНОГОАТОМНЫМИ СИСТЕМАМИ**

Специальность 1.3.13 –  
«Электрофизика, электрофизические установки»

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,  
**Зябловский Александр Андреевич**

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,  
главный научный сотрудник  
Университета ИТМО  
Макаров Сергей Владимирович

кандидат физико-математических наук,  
доцент  
МГУ имени М.В. Ломоносова  
Свяховский Сергей Евгеньевич

Ведущая организация

ИСАН

Защита состоится \_\_\_\_\_ 2021г. в \_\_\_ часов \_\_\_ минут на заседании диссертационного совета 99.1.044.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте теоретической и прикладной электродинамики РАН при участии Объединенного института высоких температур РАН по адресу: г. Москва, ул. Ижорская, 13.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института высоких температур РАН.

Автореферат разослан \_\_\_\_ \_\_\_\_\_ 2021 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,

Дорофеев А.В.

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы

В последнее время оптические методы исследования становятся всё более изощренными и задействуют всё более сложные характеристики излучения. К таким характеристикам относится статистика распределения числа фотонов в пучке, которая описывается, в частности, автокорреляционной функцией второго порядка  $g^{(2)}(\tau)$ . Эта величина характеризует относительную величину флуктуаций интенсивности. Известно, что для теплового излучения черного тела  $g^{(2)}(0) = 2$  (фотоны испускаются сгустками, bunching), для лазера  $g^{(2)}(0) = 1$  (фотоны испускаются независимо), для однофотонного источника света  $g^{(2)}(0) = 0$  [1] (фотоны испускаются по одному, antibunching).

Недавние успехи в развитии методов расчета и измерения корреляционной функции второго порядка привели к расширению числа приложений, где используются статистические свойства флуктуаций интенсивности света. К числу таких приложений относятся: улучшение разрешения и подавление шума в микроскопии [2, 3], двухфотонная интерферометрия [4, 5] и другие [5, 6].

Когерентность первого порядка связана с флуктуациями частоты и характеризует ширину спектра излучения. Применение частотных фильтров [1] может понизить флуктуации частоты и изменить когерентность первого порядка света. Флуктуации интенсивности не могут быть подавлены столь простыми методами т.е. функция когерентности второго порядка является трудно управляемой характеристикой. Возможность управления функцией когерентности второго порядка излучения различных источников представляет большой интерес как с фундаментальной, так и с практической точек зрения.

В качестве мощных источников света с управляемой функцией когерентности второго порядка в последнее время набирают популярность источники на основе однородных активных сред с пренебрежимо малым отражением на границе. Интерес к ним обусловлен тем, что экспериментально наблюдаются как системы с  $g^{(2)}(0) = 2$  при любой накачке, так и системы, где  $g^{(2)}(0)$  падает до 1 с ростом накачки. Однако применение таких систем затруднено отсутствием строгой теории, объясняющей эти результаты. В литературе существует несколько мнений с диаметрально противоположными выводами. С одной стороны, усилитель, каковым в отсутствие обратной связи является активная среда, не может поменять статистические свойства проходящего по нему излучения. В рассматриваемом случае роль «падающего» излучения

выполняет спонтанное излучения активной среды, и можно ожидать, что  $g^{(2)}(0)$  будет, как у черного тела, равно двойке. Напротив, в некоторых работах делается предположение, что при достаточно большой длине системы интенсивность излучения может быть столь большой, что она истощает инверсную населенность активной среды. Это истощение приводит к подавлению больших флуктуаций интенсивности, и  $g^{(2)}(0)$ , как мера флуктуаций, будет уменьшаться [7]. Таким образом, построение теории, объясняющей поведение когерентности второго порядка в системах с пренебрежимо малым отражением на границе, является актуальной задачей.

До недавнего времени лазеры были единственным источником оптического когерентного излучения. Однако помимо получения когерентного света в лазерах есть и другие способы создания когерентного сигнала, например, за счет явления сверхосцилляций Ааронова-Берри [8, 9]. Сверхосцилляции – это явление, при котором совокупность световых волн различных частот за счет интерференции образуют конечный во времени цуг, частота которого существенно выше максимальной частоты породивших его волн [8, 10]. Платой за повышение частоты при сверхосцилляциях является низкая интенсивность конечного сигнала по сравнению с интенсивностью источников [11]. Тем не менее, недавно была предложена схема микроскопа, основанная на этом эффекте и позволяющая получать сверхвысокое разрешение т.е. превзойти предел разрешения Релея [11]. Было также предложено использовать сверхосцилляции для увеличения разрешающей способности радаров [12]. Желательным свойством сверхосцилляций для практического применения является большая продолжительность цуга сверхосцилляций, а также высокое «качество» сигнала, т.е. близость сигнала к гармоническому в пределах сверхизлучающего цуга. В связи с этим, актуальной задачей является оценка энергетических затрат, необходимых для создания длительных сверхосциллирующих сигналов, близких к гармоническим.

## **Цели диссертационной работы**

Целью диссертационной работы является теоретическое исследование процессов формирования когерентного излучения, включая следующие направления

1. Исследование функций когерентности первого и второго порядков излучения активных сред, имеющих пренебрежимо малое отражение на границах.
2. Исследование влияния исключительных точек в пространстве параметров распределенных систем с активными средами на когерентные свойства излучения этих систем.
3. Исследование влияния переменной во времени накачки на характеристики излучения лазера в режиме сильной связи.

4. Исследование возможности возбуждения квантовой точки с большой частотой перехода сверхосциллирующими ближними полями возбужденных квантовых точек, обладающих меньшей частотой перехода.

### **Научная новизна**

1. Показано, что в активной среде явление затягивания световых мод наблюдается при накачках ниже пороговой. С ростом накачки это явление приводит к возникновению исключительной точки (exceptional point) в пространстве параметров среды и к образованию локализованной на активной среде моды, которая является коллективным состоянием ЭМ поля и поляризации атомов.
2. Показано, что если в пространстве параметров системы нет особой точки, то не появляется локализованная мода, и  $g^{(2)}(0)$  излучения системы при любых накачках равно двум.
3. Для режима постоянной накачки выведено условие формирования когерентности излучения, не связанное напрямую с наличием резонатора, и предсказывающее генерацию когерентного света в активных средах, имеющих пренебрежимо малое отражение на границах.
4. Показано, что возбужденные двухуровневые системы, имеющие различные частоты перехода, могут возбудить при помощи механизма Фёрстера двухуровневую систему с частотой перехода, превосходящей частоты возбужденных ДУС (upconversion). Для достижения этого необходимо подобрать начальные фазы низкочастотных ДУС, чтобы обеспечить сверхосцилляции ближних полей.

### **Достоверность результатов**

Достоверность результатов, представленных в диссертации, подтверждается совпадением теоретических результатов с результатами численного моделирования, публикациями в ведущих мировых научных журналах и положительной реакцией научной общественности на эти статьи и доклады в рамках международных конференций.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Результаты данной диссертационной работы связаны с широко обсуждаемыми научными проблемами, как фундаментального, так и прикладного характера. Так, в диссертации исследовано поведение многомодовых систем, содержащих активные среды, в режиме, когда взаимодействие каждой моды по отдельности с активной средой пренебрежимо мало и не может привести к лазерированию. Показано, что в системах с резонатором и без

при некоторой положительной накачке может формироваться выделенная мода ЭМ поля, локализованная на активной среде. Т.е взаимодействие света с атомами в такой моде оказывается выше, чем в других. При дальнейшем увеличении накачки именно в этой моде начинается генерация когерентного излучения.

В диссертации также показано, что активная среда, даже в пустом пространстве, может генерировать когерентное излучение, когда мощность накачки превышает некоторое пороговое значение. Формально, при этом, порог генерации может оказаться в нефизической области (соответствующая инверсная населенность становится больше единицы). Однако в развиваемой теории пороговое значение оказывается обратно пропорционален плотности состояний в оптической структуре. Показано, что метод, которым достигнута эта плотность состояний (Фабри-Перо резонатор, плазменная частица и т.п.) не имеет существенного значения. Полученные результаты указывают на возможность создания безрезонаторных источников когерентного излучения с низким порогом генерации, например, активная среда, помещенная вблизи острого клина с высоким показателем преломления.

В диссертации предложен новый способ генерации когерентного излучения при отрицательной инверсии населенности активной среды. Данный способ основан на параметрической неустойчивости нанолазера в режиме сильной связи при периодическом изменении накачки [13-15]. Режим сильной связи – это режим, в котором характерное время взаимодействия между активной средой и модой ЭМ поля в лазере меньше характерных времен релаксации как в моде, так и в активной среде. Спектр получаемого при этом излучения представляет собой два узких пика вблизи частоты перехода активных частиц. Существенно, что при периодическом изменении накачки инверсная населенность остается отрицательной в любой момент времени. С практической точки зрения возможность получения когерентного излучения в неинвертированной среде является привлекательной вследствие уменьшения требуемой мощности накачки по сравнению с классическими лазерными системами.

В последней главе диссертации предложен подход к созданию сверхосцилляций Ааронова-Берри, близких к гармоническим. Найдены значения мощности, необходимые для создания сверхосциллирующего цуга, близкого к гармоническому, с заданной длительностью. Развитие методов построения сверхосциллирующих функций открывает новые возможности для улучшения разрешения [11, 16].

## **Основные результаты и положения, выносимые на защиту**

1. Взаимодействие электромагнитного поля с инвертированной активной средой приводит к появлению выделенной гибридной моды, которая локализована в активной среде.
2. Выше порога формирования локализованной моды может начаться генерация когерентного излучения даже в том случае, когда отражение от границ активной среды пренебрежимо мало. Обратная связь возникает из-за формирования гибридной моды, локализованной в активной среде.
3. Если локализованная мода не формируется, то  $g^{(2)}(0)$  излучения системы равно 2 при любой накачке, при этом кривая генерации может иметь, как и в лазере, перегиб вследствие насыщения инверсии населенности активной среды.
4. В одномодовом лазере, в котором реализуется режим сильной связи света и активной среды, периодическая модуляция накачки может приводить к генерации когерентного излучения даже при отрицательной инверсии активной среды.
5. Для создания сверхосциллирующего поля, близкого к гармоническому, необходимы затраты энергии, экспоненциально растущие как с увеличением длины сверхосциллирующего интервала, так и с увеличением частоты сверхосциллирующего сигнала.
6. Полем низкочастотных двухуровневых систем возможно возбудить высокочастотную двухуровневую систему при условии, что фазовые соотношения между низкочастотными двухуровневыми системами обеспечивают сверхосцилляции ближнего поля.

## **Апробация результатов**

Основные результаты работы докладывались на следующих международных и российских конференциях: 19-я, 20-я, 21-я ежегодные конференции ИТПЭ РАН, Москва, Россия, 2018, 2019, 2021; 59-я, 60-я, 61-я, 62-я, 63-я ежегодные конференции МФТИ, г. Долгопрудный, Россия, 2016-2020; 6-ая всероссийская научная школа-семинар «Взаимодействие сверхвысокочастотного, терагерцового и оптического излучения с полупроводниковыми микро- и наноструктурами, метаматериалами и биообъектами», г. Саратов, Россия, 2019; International conference Days on Diffraction, St. Petersburg, 2018; Moscow International Symposium on Magnetism, Moscow, 2017.

## **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 8 статей в ведущих рецензируемых научных журналах, включённых в список ВАК.

## **Личный вклад соискателя**

Все изложенные в диссертации оригинальные результаты получены лично автором, либо при его непосредственном участии. Автор принимал непосредственное участие в выборе объектов исследования, постановке задач, разработке теоретических подходов, численном моделировании и обсуждении полученных результатов.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы из 239 наименований. Общий объем 120 страниц, в том числе 44 рисунка и 0 таблиц.

## **Краткое содержание диссертации**

Во **введении** обсуждается актуальность темы работы, научная новизна, указаны цели работы и положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** дан обзор литературы, относящейся к теме работы.

Во **второй главе** исследуется поведение систем с активными средами при накачках ниже порога генерации когерентного излучения. Известно, что взаимодействие активной среды с ЭМ полем приводит к гибридизации поляризации активной среды и мод ЭМ поля. В диссертации показано, что при некотором подпороговом значении накачки в результате синхронизации мод свободного пространства происходит формирование выделенной моды ЭМ поля, локализованной на активной среде. При этом степень локализации растёт с увеличением накачки. При ещё большем значении накачки в локализованной моде начинается когерентная генерация.

В рамках диссертации показано, что образование выделенной моды связано с наличием в пространстве параметров системы так называемой исключительной точки (exceptional point). Исключительная точка (ИТ) – это набор параметров, при которых несколько собственных мод в системе становятся линейно зависимыми, а их собственные частоты совпадают [17]. Ранее ИТ рассматривали лишь в системах с несколькими выделенными модами резонатора или волновода [17]. В диссертации показано, что ИТ наблюдаются в системах с активной средой без резонатора. Показано, что собственные частоты пары гибридизованных мод ЭМ поля и активной среды ниже ИТ начинают сближаться, и две из них слипаются или подходят друг к другу очень близко (см. рис. 1). Выше ИТ структура полей мод, соответствующих сталкивающимся частотам, начинает меняться, а сами частоты отталкиваются с ростом накачки. При этом одна из этих двух мод становится сильно локализованной на активной среде, а ее частота движется вверх в комплексной плоскости, а все остальные частоты, включая вторую столкнувшуюся,



начинают двигаться вниз. Заметим, что ИТ-подобный переход наблюдается как в системах с резонатором, так и в системах без резонатора. Таким образом, явление формирования сильно локализованной моды в ИТ подобном переходе охватывает широкий круг систем и является предвестником когерентной генерации в системе. В связи с этим ИТ переход предложено называть предпорогом когерентной генерации.

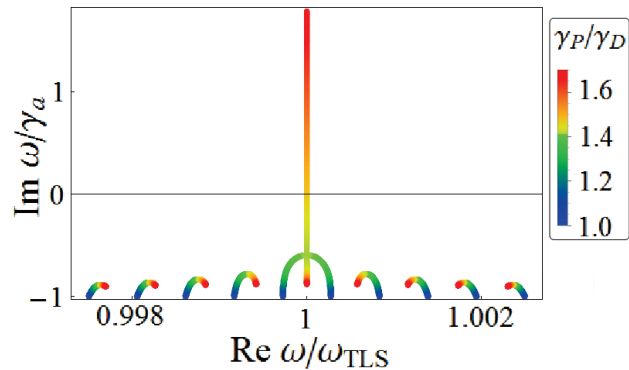


Рис. 1. Поведение собственных частот в распределенной системе в зависимости от скорости накачки активной среды. Горизонтальная прямая характеризует начало лазерной генерации.

В **третьей главе** представлено исследование когерентных свойств излучения активных сред с пренебрежимо малым отражением на границе. В таких средах при больших накачках, когда инверсия населенности среды становится положительной, спонтанно испущенные фотоны покидают активную среду, но при распространении по активной среде вызывают дополнительные индуцированные переходы [18]. Если коэффициент усиления среды достаточно велик, то индуцированные переходы приводят к тому, что интенсивность излучения на выходе из активной среды значительно превышает суммарную интенсивность спонтанного излучения отдельных атомов. При ещё больших накачках, когда инверсия населенности приближается к единице, начинает сказываться нелинейность активной среды, и рост мощности излучения с ростом накачки замедляется. Иными словами, зависимость выходной мощности от мощности накачки имеет  $S$ -образную форму, что напоминает поведение выходной интенсивности лазера. Необходимо отметить, что в активных средах с пренебрежимо малым отражением наблюдается сужение спектра излучения с ростом накачки вследствие частотной дисперсии [19]. Сужение линии с ростом накачки наблюдается и у лазеров, но отличие состоит в том, что у сред без отражения на границе ширина линии уменьшается лишь до конечного предела, определяемого размером среды, в то время как у лазеров линия излучения сужается обратно пропорционально интенсивности излучения, в соответствии с законом Шавлова-Таунса [1].

Изменение интенсивности и ширины линии излучения в зависимости от накачки свойственно и лазерам, однако в лазерах перегиб S-образной кривой генерации и сужение линии всегда обусловлены началом когерентной генерации (см. рис. 2а). Напротив, в активных средах с пренебрежимо малым отражением на границе перегиб S-образной кривой и сужение линии могут как наблюдаться без начала когерентной генерации, так и сопутствовать когерентной генерации (см. рис. 2б). Более того, возможна ситуация, когда когерентная генерация в системе присутствует, но происходит не в точке перегиба, а при значительно большей накачке (см. рис. 2в). В третьей главе рассмотрен вопрос, как связаны наличие порога когерентности в системе с пренебрежимо малым отражением и S-образная зависимость выходной мощности от накачки.

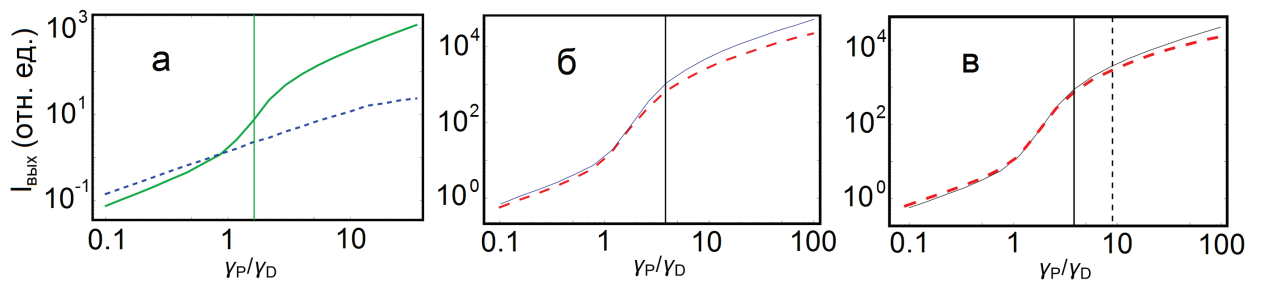


Рис. 2. (а) Кривые генерации для одномодового лазеров с порогом генерации  $\gamma_p = 1.6\gamma_D$  (зеленая сплошная линия) и для одномодового лазера, где порог генерации недостижим (синяя пунктирная кривая). (б) Кривые генерации для системы с пренебрежимо малым отражением с порогом генерации  $\gamma_p = 3.8\gamma_D$  (черная сплошная линия) и для системы с пренебрежимо малым отражением, где порог генерации недостижим (красная пунктирная кривая). (в) Кривые генерации для системы с пренебрежимо малым отражением с порогом генерации  $\gamma_p = 3.8\gamma_D$  (черная сплошная линия) и для системы с порогом генерации  $\gamma_p = 9.1\gamma_D$  (красная пунктирная кривая). Кривые получены численным моделированием уравнений Максвелла-Блоха с шумом.

В первом параграфе третьей главы исследовано поведение излучения системы, в которой предпорога нет. А именно, исследуется зависимость от накачки значения автокорреляционной функции второго порядка излучения при нулевом запаздывании,

$$g^{(2)}(0) = \langle I^2 \rangle / \langle I \rangle^2 \quad (1)$$

Здесь  $I$  – интенсивность излучения. Показано, что даже в том случае, когда в системе наблюдается S-образная зависимость выходной мощности от накачки,  $g^{(2)}(0) = 2$ , независимо от мощности накачки. Из этого следует, что появление когерентности второго порядка не связано с истощением инверсии населенности активной среды. Сравнение поведения излучения в системах с отражением и без отражения осуществлено при

помощи численного решения распределенных уравнений Максвелла-Блоха с шумом [20]. Результаты представлены на рис. 3а. В обеих системах наблюдается резкий рост выходной мощности, начиная с некоторой накачки, однако лишь у лазера функция когерентности второго порядка начинает спадать при дальнейшем увеличении накачки [20].

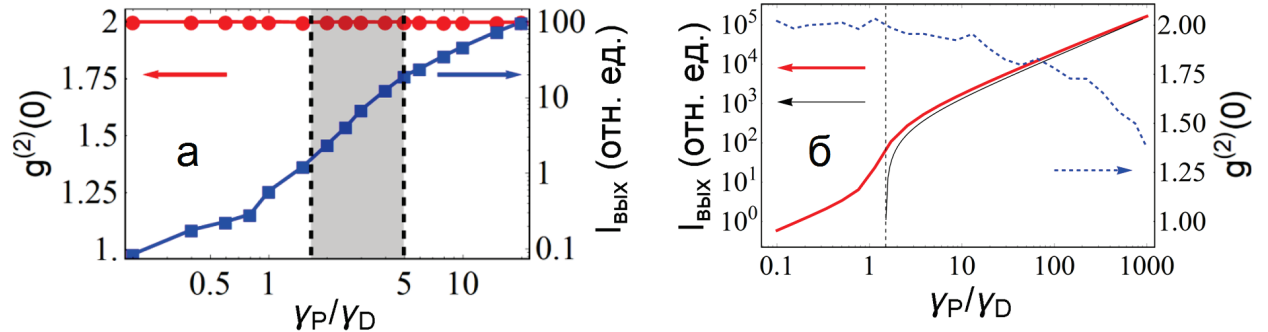


Рис. 3. Сравнение когерентности второго порядка излучения активной среды с пренебрежимо малым отражением, где отсутствует предпорог (а) и где присутствует предпорог (б).

Во **втором разделе параграфе третьей главы** показано, что в системе из активной среды с пренебрежимо малым отражением возможна генерация когерентного света. Необходимым условием когерентной генерации является достижение порога появления моды с локализованным на активной среде полем (см. первую главу). В этом случае моды ЭМ поля свободного пространства синхронизируются с поляризацией активной среды, что приводит к резкому увеличению силы взаимодействия между ЭМ полем и активной средой. Тем самым обеспечивается обратная связь и становится возможной когерентная генерация. Численное моделирование распределенных уравнений Максвелла-Блоха с шумом [20] показало, что для достижения режима когерентной генерации в активной среде с пренебрежимо малым отражением необходим большой коэффициент усиления. Например, в одномерном случае необходимо, чтобы выполнялось условие  $Gl > 5$ , где  $G$  – коэффициент усиления активной среды,  $l$  – длина участка активной среды. Результаты численного моделирования поведения свойств излучения для системы с  $Gl \approx 25$  изображены на рис. 3б. Сначала наблюдается перегиб в кривой генерации, при больших накачках  $g^{(2)}(0)$  выходного излучения начинает падать с 2 до 1.

Таким образом, в рамках второй главы показано, что в активных средах с пренебрежимо малым отражением возможно падение  $g^{(2)}(0)$  до 1 с ростом накачки, однако данное изменение не связано с S-образной формой кривой генерации. Так, перегиб в кривой генерации может как наблюдаться в отсутствие когерентной генерации, так и наблюдаться при значительно меньшей накачке, чем необходимо для начала когерентной генерации. В этом состоит принципиальное отличие систем с пренебрежимо малым

отражением от лазеров, где наличие перегиба в кривой генерации связано с началом генерации. Для активных сред с пренебрежимо малым отражением на границе перегиб кривой генерации связан с нелинейностью среды, а начало когерентной генерации связано с формированием выделенной гибридной моды.

Отметим, что для корректного описания активной среды, помещенной в свободное пространство, необходимо рассматривать бесконечное число мод, так как взаимодействие каждой отдельной моды с активной средой стремится к нулю при увеличении  $L$ . Аналитическому исследованию данной задачи посвящена следующая глава диссертации.

В четвертой главе выявлена роль локальной плотности состояний электромагнитного поля оптической структуры в генерации когерентного излучения.

Для квантования ЭМ поля в диссертации, в соответствии с подходом из [21], свободное пространство моделируется при помощи трехмерного «ящика» конечного размера с идеально отражающими стенками. Для системы, состоящей из активной среды, оптической структуры и «ящика», уравнения Максвелла-Блоха на комплексные амплитуды  $a_n$  мод электромагнитного поля ( $n$  – номер моды), комплексные поляризации  $\sigma_m$  атомов активной среды и на инверсии населенности  $D_m$  атомов активной среды ( $m$  – номер атома) выглядят следующим образом [1]:

$$da_n / dt = -(\gamma_a + i\omega_n) a_n - i \sum_m \Omega_{nm}^* \sigma_m, \quad (2)$$

$$d\sigma_m / dt = -(\gamma_\sigma + i\omega_{TLS}) \sigma_m + iD_m \sum_n \Omega_{nm} a_n, \quad (3)$$

$$dD_m / dt = -\gamma_D (D_m + 1) - \gamma_m^{pump} (D_m - 1) + 2i \sum_{n,m} (\Omega_{nm}^* a_n^* \sigma_m - \Omega_{nm} a_n \sigma_m^*), \quad (4)$$

где  $\omega_n$  - собственная частота  $n$ -ой моды ЭМ поля.  $\omega_{TLS}$  - частота рабочего перехода атомов активной среды.  $\gamma_\sigma$  - скорость поперечной релаксации атомов активной среды;  $\gamma_D$  - скорость продольной релаксации атомов активной среды;  $\gamma_m^{pump}$  - скорость некогерентной накачки  $m$ -ого атома активной среды;  $\gamma_a$  - скорость потерь в каждой из мод ЭМ поля.  $\Omega_{nm}$  - константа связи  $n$ -ой моды ЭМ поля с  $m$ -ой частицей активной среды, величина которой определяется произведением амплитуды поля  $n$ -ой моды в точке расположения  $m$ -ого атома на дипольный момент  $m$ -ого атома.

Для того чтобы электромагнитное излучение, испущенное активной средой, не возвращалось в активную среду после отражения от границ «ящика» и не влияло на процесс генерации, были введены малые дополнительные потери во все моды  $\gamma_a$  (см. уравнение (2)). При таком подходе излучение системы покидает резонатор и не

возвращается даже при конечном размере «ящика» т.е. фактически на границе активной среды поставлены абсолютно поглощающие граничные условия.

В диссертации аналитически проведено исключение амплитуд мод ЭМ поля в бесконечной системе уравнений (2)-(4). Затем был произведен переход к пределу бесконечного «ящика», а дополнительные потери в модах были устремлены к нулю. Такой предел соответствует решению, в котором происходит излучение волн из активной среды в свободное пространство [22]. В итоге мы приходим к интегральному уравнению на среднюю поляризацию активной среды  $S(\mathbf{x})$  в окрестности точки  $\mathbf{x}$ :

$$S(\mathbf{x}) = D_0(\mathbf{x}) \sum_{\alpha} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[ \frac{\Omega_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) \int d^3\mathbf{y} n(\mathbf{y}) \Omega_{\alpha}^*(\mathbf{y}, \mathbf{k}) S(\mathbf{y})}{(\gamma_{\sigma} + i(\omega_{TLS} - \omega_g))(\gamma_a + i(ck - \omega_g))} \right] \quad (5)$$

где  $n(\mathbf{y})$  – концентрация атомов в окрестности точки  $\mathbf{y}$ ,  $D_0(\mathbf{x})$  – средняя инверсия населенности атомов, создаваемая некогерентной накачкой в окрестности точки  $\mathbf{x}$ ;  $\Omega_{\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{x})$  – константа связи между модой электромагнитного поля с волновым вектором  $\mathbf{k}$  и поляризацией  $\alpha$  и активными атомами в точке  $\mathbf{x}$ ;  $\omega_g$  – частота, на которой происходит когерентная генерация. Отметим, что по отдельности каждая из мод свободного пространства даёт пренебрежимо малый вклад в интеграл (5), т.е. в рассматриваемой системе генерация на одной моде невозможна.

Суть уравнения (5) заключается в том, что для заданного  $D_0(\mathbf{x})$  наличие нетривиального решения интегрального уравнения (5) означает наличие генерации при данном  $D_0(\mathbf{x})$ . В случае оптической структуры, в которой имеющиеся максимумы плотности состояний позволяют выделить одну моду, величина порога, предсказываемая выражением (5), совпадает с предсказаниями теории одномодового лазера [1, 20]. Однако, выражение (5) предсказывает когерентную генерацию и в системе без максимумов плотности состояний, когда одномодовая теория не предсказывает генерации.

Для случая активной среды, заключенной в субволновом объеме, значение пороговой инверсии населенности можно найти аналитически:

$$D_{th} = \gamma_{\sigma} / N\gamma_{sp} \quad (6)$$

где  $N$  – полное число атомов активной среды;  $D_{th}$  – стационарная инверсия населенности активной среды, создаваемая некогерентной накачкой;  $\gamma_{sp}$  – скорость спонтанного излучения для единичного атома активной среды, находящегося в рассматриваемой оптической структуре.

Условие (6) соответствует возникновению в системе незатухающих синхронизованных колебаний ЭМ поля и поляризации активной среды. Существенно, что полученное условие может выполняться для среды, помещенной в свободное пространство, где выделенные моды, на которых могла бы происходить генерация, изначально отсутствуют. В этом случае для достижения генерации необходимо, чтобы сами атомы активной среды создавали максимум плотности состояний ЭМ поля (см. главу 2). Таким образом, для когерентной генерации в активной среде необязательно помещать среду в структуру с максимумами в плотности состояний.

Отметим, что в соответствии с условием (6) формально  $D_{th}$  может принимать значения больше единицы, т.е. порог может быть недостижим. Однако, так как входящая в (6) величина  $\gamma_{sp}$  зависит от локальной плотности состояний (эффект Парселла [23]), то увеличивая эту плотность можно сделать порог генерации достижимым за счет добавления структур, увеличивающих плотность состояний. Например, известно, что для  $\varepsilon \gg 1$  плотность состояний вблизи диэлектрической поверхности может в 2 раза превосходить таковую в вакууме, таким образом, характерная скорость излучения молекул красителя может достигать  $\gamma_{sp} = 2 \times 10^{-6} \omega$ . Для характерных скоростей затухания красителей  $\gamma_{\sigma} = 0.05 \omega$  получаем, что для  $N = 4 \times 10^4$  молекул порог генерации составляет  $D_{th} \approx 0.6$ . При концентрации  $n = 5 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$  такое количество молекул помещается в объем с характерным размером  $200 \text{ нм}$ , т.е. в субволновом объеме. Важно отметить, что без диэлектрической пластины при тех же прочих параметрах порог генерации равен  $D_{th} \approx 1.2$ , т.е. является недостижимым.

Таким образом, в четвертой главе показано, что резонатор (или иная структура, влияющая на плотность состояний) не является необходимым для формирования когерентного излучения в активной среде. Роль резонатора сводится к уменьшению порога когерентной генерации в среде за счет увеличения локальной плотности состояний.

В пятой главе представлен новый подход к генерации когерентного излучения за счет параметрической неустойчивости в системе с активной средой, помещенной в одномодовый резонатор.

Существованию параметрической неустойчивости лазер обязан наличию т.н. исключительной точки в пространстве параметров. Как упоминалось ранее, исключительной точкой называют определенное значение параметров системы, при котором её собственные вектора совпадают [24]. В системе, состоящей из одномодового

резонатора и активной среды с совпадающими частотами, исключительная точка находится при отрицательном значении инверсии населенности, равном  $D_{EP} = -(\gamma_a - \gamma_\sigma)^2 / 4\Omega_R^2 N_{at}$ , где  $\gamma_a$  – скорость потерь в резонаторе,  $\gamma_\sigma$  – дефазировка частиц активной среды,  $\Omega_R$  – константа связи частиц активной среды с модой резонатора,  $N_{at}$  – количество активных частиц в резонаторе. Необходимо отметить, что поведение мод в системе с активной средой в одномодовом резонаторе и в системе с активной средой без резонатора (рассмотренной в главе 2) совпадают вблизи ИТ (см. рис. 1).

При постоянной накачке генерация в обоих случаях будет происходить выше ИТ, при положительной инверсии населенности, когда собственная частота одной из мод переходит в верхнюю полуплоскость. В настоящей главе показано, что в лазере с одномодовым резонатором когерентная генерация может наблюдаться ниже ИТ, при отрицательной инверсии в активной среде. Ниже исключительной точки,  $D < D_{EP}$ , спектр излучения лазера расщепляется на два пика [25] (так называемый режим сильной связи). Это соответствует тому, что действительные части частот собственных решений системы отличаются. В этом случае динамика системы сводится к затухающим колебаниям энергии между частицами активной среды и ЭМ полем резонатора. Частота этих колебаний зависит, в частности, от инверсии населенности активной среды. Периодически меняя инверсию населенности активной среды, можно динамически изменять частоту колебаний энергии и добиться эффекта параметрической раскачки, подобно тому, как это происходит в классическом осцилляторе с варьируемой частотой. За счет параметрической раскачки оказывается возможным преодолеть естественные потери, присутствующие в активной среде и в резонаторе. В этом случае, как показано в диссертации, система начинает излучать когерентный свет (см. рис. 4). При этом спектр излучения имеет форму двух узких пиков вблизи частоты перехода активной среды.

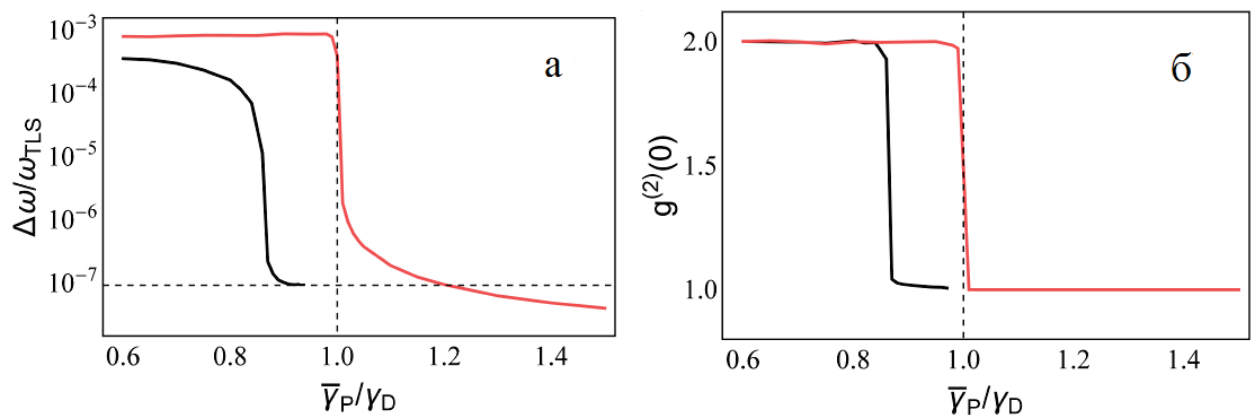


Рис. 4. Сравнение ширин линий излучения (а) и функций когерентности второго порядка (б) для лазера в режиме параметрической раскачки (черная кривая) и в режиме постоянной накачки (красная кривая).

В **шестой главе** рассматривается явление сверхосцилляций Берри. Явление заключается в том, что при определенных соотношениях частот и амплитуд осциллирующие сигналы при интерференции дают сигнал, частота которого локально значительно превосходит любую из характерных частот исходных сигналов (см. рис. 5). Данное явление получило приложения как в классической оптике [26], так в квантовой физике [27].

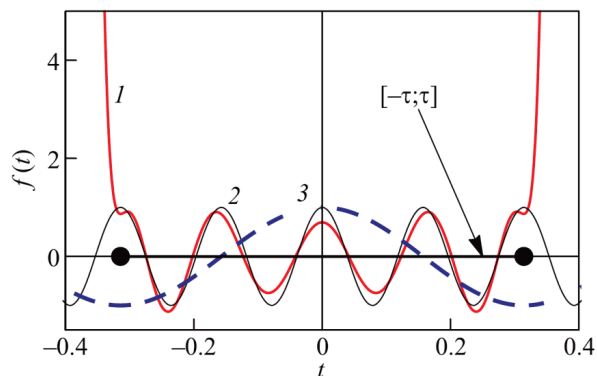


Рис. 5. Функция  $f(t)$ , испытывающая сверхосцилляции на частоте  $\omega = 40$ . Функция  $f(t)$  представляет из себя косинусы с частотами от 1 до 10.

**Первый параграф шестой главы** посвящен исследованию возможностей сверхосцилляций в оптике и радиофизике [12, 16]. А именно, рассматривается метод построения сверхосциллирующих функций, основанный на аппроксимации быстро осциллирующей гармонической функции медленно осциллирующими гармониками. Предложенный метод обеспечивает высокую степень гармоничности сверхосциллирующих колебаний (см. рис. 5). Показано, что для достижения сверхосцилляций, близких к гармоническим, необходимы большие амплитуды аппроксимирующих гармоник. При этом, с увеличением как длительности, так и частоты сверхосциллирующего цуга, необходимые амплитуды экспоненциально растут, что ограничивает применимость сверхосцилляций.

Во **втором параграфе шестой главы** рассматривается возможность использования явления сверхосцилляций Ааронова-Берри для создания инверсии населенности в квантовой точке (КТ) за счет ближнепольного взаимодействия с другими КТ, обладающими низкими частотами перехода. Частоты перехода КТ, участвующих в создании инверсии населенности, несоизмеримы с частотой перехода КТ с большой частотой перехода, таким образом, многофотонные переходы исключены.

Как видно на рис. 6, инверсия населенности КТ сначала испытывает осцилляции, затем достигает некоторого максимального значения, после чего амплитуда осцилляций значительно уменьшается, и далее инверсия населенности КТ затухает экспоненциально.



Такое поведение обусловлено тем, что на начальном интервале времени ближние поля низкочастотных КТ складываются в сверхосциллирующий цуг, находящийся в резонансе с высокочастотной КТ. Этот цуг возбуждает КТ, а затем интервал сверхосцилляций заканчивается, и вне резонанса поле низкочастотных КТ слабо взаимодействует с высокочастотной КТ.

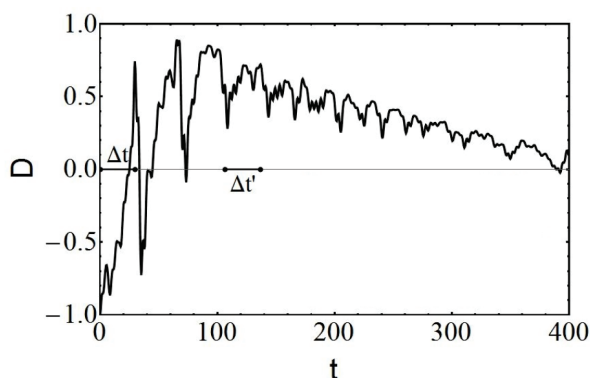


Рис. 6. Динамика инверсии населенности высокочастотной квантовой точки, взаимодействующей с ансамблем низкочастотных КТ.

В **заключении** приведены основные результаты диссертационной работы.

### **Основные результаты работы.**

1. Показано, что когерентной генерации предшествует гибридизация свободных мод ЭМ поля с поляризацией атомов активной среды вблизи ИТ-подобной точки, что приводит к формированию выделенной моды, локализованной на активной среде.
2. Показано, что если в системе не достигается порог формирования локализованной моды, то  $g^{(2)}(0)$  равно 2 как ниже, так и выше изгиба кривой генерации.
3. Показано, что в активной среде возможна генерация когерентного излучения даже в том случае, когда среда находится в пустом пространстве, где отсутствуют выделенные частоты. Для начала генерации в такой среде необходимо, чтобы сформировалась локализованная мода.
4. Модуляция накачки в лазере ниже исключительной точки способна возбудить когерентное излучение при отрицательной инверсии активной среды. Найдены параметры, при которых такой эффект возможен.
5. Показано, что для создания гармонического сверхосциллирующего поля необходимы затраты энергии, экспоненциально растущие как с увеличением длины сверхосциллирующего интервала, так и с увеличением частоты сверхосциллирующего сигнала.

6. Показана возможность возбуждения высокочастотной квантовой точки ближними полями низкочастотных квантовых точек за счет явления сверхосцилляций.

### Список публикаций

1. Zyablovsky A. A., Doronin I. V., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Lozovik Y. E., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Exceptional Points as Lasing Prethresholds // *Laser & Photonics Reviews*. – 2021. – V. 15, № 3. – P. 2000450.
2. Doronin I. V., Zyablovsky A. A., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Vinogradov A. P. Lasing without inversion due to parametric instability of the laser near the exceptional point // *Phys. Rev. A*. – 2019. – V. 100, № 2. – P. 021801(R).
3. Doronin, I. V., Zyablovsky, A. A., Andrianov, E. S. Strong-coupling-assisted formation of coherent radiation below the lasing threshold // *Opt. Express*. – 2021. – V. 29, № 4. – P. 5624-5634.
4. Doronin I. V., Andrianov E. S., Zyablovsky A. A., Pukhov A. A., Lozovik Y. E., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Second-order coherence properties of amplified spontaneous emission // *Opt. Express*. – 2019. – V. 27, № 8. – P. 10991-11005.
5. Zyablovsky A. A., Doronin I. V., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Lozovik Y. E., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Formation of positive feedback and coherent emission in a cavity-free system // *Opt. Express*. – 2019. – V. 27, № 24. – P. 35376-35384.
6. Doronin I., Pukhov A., Andrianov E., Vinogradov A., Lisyansky A. Inversion of a two-level atom by quantum superoscillations // *Optics letters*. – 2017. – V. 42, № 21. – P. 4303-4306.
7. Доронин И. В., Пухов А. А., Виноградов А. П. Энергетика возбуждения сверхосцилляций, близких к гармоническим // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2017. – Т. 106, № 7. – С. 459-462.
8. Doronin I. V., Zyablovsky A. A., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Lozovik Y. E., Vinogradov A. P. Universal Lasing Condition // *Scientific Reports*. – 2021. – V. 11, № 1. – P. 4197.

### Цитируемая литература

1. Скалли М. О., Зубайри М. С. Квантовая оптика // . – 2003.
2. Genovese M. Real applications of quantum imaging // *Journal of Optics*. – 2016. – V. 18, № 7. – P. 073002.
3. Schwartz O., Levitt J. M., Tenne R., Itzhakov S., Deutsch Z., Oron D. Superresolution microscopy with quantum emitters // *Nano letters*. – 2013. – V. 13, № 12. – P. 5832-5836.
4. А.В. Белинский, Клышко Д. Н. Двухфотонная оптика: дифракция, голография, преобразование двумерных сигналов // *ЖЭТФ*. – 1994. – Т. 105, № 3. – С. 487-493.
5. Lyu M., Wang W., Wang H., Wang H., Li G., Chen N., Situ G. Deep-learning-based ghost imaging // *Scientific reports*. – 2017. – V. 7, № 1. – P. 1-6.
6. Afek I., Ambar O., Silberberg Y. High-NOON states by mixing quantum and classical light // *Science*. – 2010. – V. 328, № 5980. – P. 879-881.

7. Wiersma D. S. The physics and applications of random lasers // *Nature physics*. – 2008. – V. 4, № 5. – P. 359-367.
8. Berry M. V. Evanescent and real waves in quantum billiards and Gaussian beams // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 1994. – V. 27, № 11. – P. L391.
9. Aharonov Y., Anandan J., Popescu S., Vaidman L. Superpositions of time evolutions of a quantum system and a quantum time-translation machine // *Physical review letters*. – 1990. – V. 64, № 25. – P. 2965.
10. Ferreira P. J. S., Kempf A. Superoscillations: faster than the Nyquist rate // *IEEE transactions on signal processing*. – 2006. – V. 54, № 10. – P. 3732-3740.
11. Rogers E. T., Lindberg J., Roy T., Savo S., Chad J. E., Dennis M. R., Zheludev N. I. A super-oscillatory lens optical microscope for subwavelength imaging // *Nature materials*. – 2012. – V. 11, № 5. – P. 432-435.
12. Wong A. M., Eleftheriades G. V. Adaptation of Schelkunoff's superdirective antenna theory for the realization of superoscillatory antenna arrays // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. – 2010. – V. 9. – P. 315-318.
13. Jing H., Özdemir Ş. K., Geng Z., Zhang J., Lü X.-Y., Peng B., Yang L., Nori F. Optomechanically-induced transparency in parity-time-symmetric microresonators // *Scientific reports*. – 2015. – V. 5, № 1. – P. 1-7.
14. Peng B., Özdemir Ş., Rotter S., Yilmaz H., Liertzer M., Monifi F., Bender C., Nori F., Yang L. Loss-induced suppression and revival of lasing // *Science*. – 2014. – V. 346, № 6207. – P. 328-332.
15. Liu Y.-L., Wu R., Zhang J., Özdemir Ş. K., Yang L., Nori F., Liu Y.-x. Controllable optical response by modifying the gain and loss of a mechanical resonator and cavity mode in an optomechanical system // *Physical Review A*. – 2017. – V. 95, № 1. – P. 013843.
16. Zheludev N. I. What diffraction limit? // *Nature materials*. – 2008. – V. 7, № 6. – P. 420-422.
17. Doppler J., Mailybaev A. A., Böhm J., Kuhl U., Girschik A., Libisch F., Milburn V. J., Rabl P., Moiseyev N., Rotter S. Dynamically encircling an exceptional point for asymmetric mode switching // *Nature*. – 2016. – V. 537, № 7618. – P. 76-79.
18. McGehee M. D., Gupta R., Veenstra S., Miller E. K., Diaz-Garcia M. A., Heeger A. J. Amplified spontaneous emission from photopumped films of a conjugated polymer // *Physical Review B*. – 1998. – V. 58, № 11. – P. 7035.
19. *Lasers*. / Siegman A. E. – Mill Valley, CA: University Science Books, 1986. – 654 c.
20. *Laser light dynamics. LighV*. / Haken H. – Oxford: North-Holland Physics Publishing 1985. LighV. – 350 c.
21. Roy Lang, Scully M. O., Willis E. Lamb J. Why is the laser line so narrow? A theory of single-qnasimode laser operation // *Phys. Rev. A*. – 1973. – V. 7, № 5. – P. 1788.
22. On the principle of limiting absorption / NEW YORK UNIV NY COURANT INST OF MATHEMATICAL SCIENCES. –, 1963.
23. Purcell E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies // *Phys. Rev.* – 1946. – V. 69. – P. 681.
24. Guo A., Salamo G., Duchesne D., Morandotti R., Volatier-Ravat M., Aimez V., Siviloglou G., Christodoulides D. Observation of P T-symmetry breaking in complex optical potentials // *Physical Review Letters*. – 2009. – V. 103, № 9. – P. 093902.

25. Nomura M., Kumagai N., Iwamoto S., Ota Y., Arakawa Y. Laser oscillation in a strongly coupled single-quantum-dot–nanocavity system // *Nature Physics*. – 2010. – V. 6, № 4. – P. 279-283.

26. Rogers E. T., Zheludev N. I. Optical super-oscillations: sub-wavelength light focusing and super-resolution imaging // *Journal of Optics*. – 2013. – V. 15, № 9. – P. 094008.

27. Yuan G. H., Vezzoli S., Altuzarra C., Rogers E. T., Couteau C., Soci C., Zheludev N. I. Quantum super-oscillation of a single photon // *Light: Science & Applications*. – 2016. – V. 5, № 8. – P. e16127-e16127.

Доронин Илья Владимирович

**ФОРМИРОВАНИЕ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
МНОГОАТОМНЫМИ СИСТЕМАМИ**

Автореферат